

## **RESUMEN**

Las matemáticas se venden como operaciones a realizar sin ningún fundamento ni interés. ¿Y si no fuera así? El objetivo de este trabajo es demostrar que las matemáticas pueden ser dinámicas y que podemos jugar con ellas.

En este trabajo se incluyen formas de aplicarlos juegos en el aula de matemáticas y sus beneficios. Además, se incluye un ejemplo de programación didáctica basada en juegos junto con juegos utilizables en espacios instructivos.

Tras el análisis realizado se concluye que incorporar el uso de juego en las clases es posible, y enseñar mediante juegos representa un nuevo reto.

## **ABSTRACT**

Mathematics are sold as operations to be carried out without any foundation or interest. And if it were not so? The objective of this work is to demonstrate that mathematics can be dynamic and that we can play with them.

This work includes ways of applying games in the mathematics lessons and its benefits. Moreover, it includes an example of a didactic program based on games together with games that can be used in instructional spaces.

After the analysis carried on, it can be concluded that it's possible to use games, and teaching with them introduces us to a new challenge

## **TAULA DE CONTINGUTS**

<b>RESUMEN</b>	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>1</b>
<b>TAULA DE CONTINGUTS</b>	<b>2</b>
<b>INTRODUCCIÓ</b>	<b>5</b>
<b>1. QUÈ SÓN LES MATEMÀTIQUES?</b>	<b>5</b>
<b>2. QUÈ ÉS L'APRENTATGE BASAT EN JOCS?</b>	<b>5</b>
<b>3. DE QUÈ VA EL TREBALL?</b>	<b>5</b>
<b>4. MOTIVACIÓ DEL TREBALL</b>	<b>6</b>
<b>5. ESTRUCTURA DEL TREBALL</b>	<b>7</b>
<b>COS DE LA MEMÒRIA</b>	<b>8</b>
<b>1. MANERES D'APLICAR ELS JOCS A LES MATEMÀTIQUES</b>	<b>8</b>
1.1. L'APRENTATGE BASAT EN JOCS	8
1.2. UTILITZAR JOCS JA EXISTENTS	8
1.3. ELS AVANTATGES D'UTILITZAR JOCS DE TAULA A L'AULA	9
<b>2. PROGRAMACIÓ DIDÀCTICA DE GEOMETRIA AMB JOCS</b>	<b>10</b>
2.1. OBJECTIUS I COMPETÈNCIES	10
2.2. CONTINGUTS	11
2.3. COM ASSOLEIX L'ALUMNAT EL CONTINGUT?	11
2.4. QUAN I COM S'UTILITZA EL JOC?	13
2.5. ORIENTACIONS PER AL DESENVOLUPAMENT	14
<b>3. JOCS SOBRE GEOMETRIA PER INCORPORAR A LES UNITATS DIDÀCTIQUES</b>	<b>16</b>
3.1. JOCS DE CREACIÓ PRÒPIA	16
3.1.1. Elements del pla i de l'espai	16
3.1.1.1. Explicació	16
3.1.1.2. Procés de creació	16
3.1.1.3. Objectius del joc	17
3.1.1.4. Casuística	17
3.1.1.5. Fitxa tècnica del joc	17
3.1.1.6. Breu resum de les instruccions de joc.	18
3.1.2. Els angles per a cicle inicial	20
3.1.2.1. Explicació	20
3.1.2.2. Procés de creació	20
3.1.2.3. Objectius del joc	20
3.1.2.4. Casuística	20
3.1.2.5. Fitxa tècnica del joc	21



3.1.2.6. Breu resum de les instruccions de joc.	21
3.1.3. Els angles per a cicles més alts	22
3.1.3.1. Explicació	22
3.1.3.2. Procés de creació	22
3.1.3.3. Objectius del joc	22
3.1.3.4. Casuística	22
3.1.3.5. Fitxa tècnica del joc	23
3.1.3.6. Breu resum de les instruccions de joc.	23
3.2. JOCS ADAPTATS DE JOCS EXISTENTS	24
3.2.1. Les còniques	24
3.2.1.1. Explicació	25
3.2.1.2. Procés de creació	25
3.2.1.3. Fitxa tècnica del joc	25
<b>CONCLUSIÓ</b>	<b>26</b>
1. DIFICULTATS D'UTILITZAR ELS JOCS A L'AULA	26
2. EL TEMARI ÉS MOLT EXTENS	27
3. UN ENSENYAMENT DE MATEMÀTIQUES EQUILIBRAT	27
4. BALANÇ DEL TREBALL	28
5. FUTUR I SEGUIMENT DEL TREBALL	28
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>29</b>
<b>ANNEX I: ELEMENTS DEL PLA I L'ESPAI</b>	<b>36</b>
1. ACLARIMENTS	36
2. DAUS	36
3. TAULER DE JOC	37
3. FITXES	38
3.1. NIVELL I	40
3.2. NIVELL II	42
3.3. NIVELL III	45
3.4. NIVELL IV	46
3.5. NIVELL V	51
3.6. NIVELL VI	56
<b>ANNEX II: ELS ANGLES</b>	<b>66</b>
1. EXPLICACIÓ DEL JOC	66
1.1. CARTES I	66
1.2. CARTES II	66
1.3. CARTES III	66
2. EXEMPLE DE CARTES	68
1.1. CARTES I	68

1.2. CARTES II	69
1.3. CARTES III	69
1.4. CARTES CLASSIFICACIÓ	69
<b>ANNEX III: ELS ANGLES</b>	<b>71</b>
<b>1. LLIBRET D'INSTRUCCIONS</b>	<b>71</b>
<b>ANNEX IV: CÒNIQUES</b>	<b>76</b>
<b>NOMS INCLOSOS A LES LLOSES DE TRESOR</b>	<b>76</b>
<b>CARTES</b>	<b>76</b>
LLOSES DE L'ILLA	76
CARTES DE TRESOR	77
CARTES D'INUNDACIÓ	78
CARTES D'AVENTURER	78
CARTES DE REPTE	79
<b>INSTRUCCIONS</b>	<b>80</b>
<b>ANNEX V: FULLS DE LA PROGRAMACIÓ DIDÀCTICA DE "ELEMENTS DEL PLA I DE L'ESPAI"</b>	<b>81</b>
<b>1. SESSIÓ 1</b>	<b>81</b>
1.1. DOCUMENT A COMPLETAR MIRANT EL VÍDEO	81
1.2. DOCUMENT COMPLETAT	82
<b>2. SESSIÓ 2</b>	<b>83</b>
2.1. DOCUMENT A COMPLETAR SOBRE LES POSICIONS RELATIVES	83
2.2. DOCUMENT COMPLET	84
<b>ANNEX VI: PÀGINES WEB AMB RECURSOS PER A L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES</b>	<b>85</b>

## INTRODUCCIÓ

### 1. QUÈ SÓN LES MATEMÀTIQUES?

Segons el Diccionari de l'Institut d'Estudis Catalans, les matemàtiques són una *“ciència que tracta de la quantitat i de la forma tot estudiant-ne, des del punt de vista lògic, les seves relacions i estructures, la qual ha evolucionat des de pràctiques elementals de comptar i de mesurar i descriure formes d'objectes fins a un grau elevat d'idealització i d'abstracció que permet aplicar les seves tècniques a la resolució d'un nombre cada vegada més gran de problemes científics i tecnològics.”* En particular, el filòsof i matemàtic grec Pitàgores considerava que *“la geometria és el coneixement d'allò eternament existent”*.

La importància de les matemàtiques es deu al fet que són el fonament de la raó; utilitzant-les aprenem a raonar i desenvolupem el nostre esperit crític. De fet, els filòsofs medievals i antics fonamentaven les seves teories sobre la raó amb les matemàtiques. En concret, el filòsof René Descartes va determinar el coneixement matemàtic com allò real que es manté igual tant en els somnis com en la vetlla, així com també un coneixement global i que per a tothom és igual. D'aquesta manera, les matemàtiques resulten ser un llenguatge, que, a més, permet descriure el món en el qual vivim.

### 2. QUÈ ÉS L'APRENTATGE BASAT EN JOCS?

L'aprenentatge basat en jocs, tal com el seu nom indica, consisteix en utilitzar jocs per ensenyar determinats conceptes, a diferència de la gamificació que comporta *“el uso de elementos de juegos y técnicas de diseño de juegos en contextos que no son de juegos”*<sup>1,2</sup>

### 3. DE QUÈ VA EL TREBALL?

L'objectiu principal d'aquest projecte és el disseny de jocs per tal de fomentar l'aprenentatge de les matemàtiques amb un suport lúdic i interactiu. El treball

---

<sup>1</sup> Pag 28. Gamificación. Kevin Werbach, Dan Hunter. Ed Pearson, 2014

<sup>2</sup> <https://lu2.cat/aprenentatge-basat-en-jocs-abj-ni-jugar-ni-gamificar/> Data de consulta: 11/7/2022

parteix de la base que no s'utilitzen jocs i proposa maneres d'incloure'ls a l'aula si no s'ha intentat mai.

Així doncs, aplicaré l'estratègia metodològica de l'aprenentatge basat en jocs per treballar els temes de geometria que es defineixen en el currículum de l'assignatura de matemàtiques de l'ESO i Batxillerat.

Concretament, basant-me en activitats proposades per professorat matemàtic i jocs de taula existents, en el treball desenvolupo tres jocs amb l'objectiu de ser incorporats a l'aula de matemàtiques, així com que resultin una font d'inspiració per incorporar altres objectes manipulables o activitats que divergeixin de les formes tradicionals a espais on s'educa.

Aquest és un treball elaborat també amb la idea de ser una motivació per a tota aquella persona que vol iniciar-se en l'ús de l'aprenentatge basat en jocs a l'aula de matemàtiques a fi de dinamitzar-la.

#### **4. MOTIVACIÓ DEL TREBALL**

L'elecció del tema respon principalment a dues circumstàncies. D'una banda, la manera com s'imparteixen les matemàtiques a la majoria d'instituts perquè es dona més importància al fet de mecanitzar càlculs sense entendre els conceptes o ensenyar la teoria sense demostracions pràctiques que fan que sigui difícil comprendre l'essència de les matemàtiques com a llenguatge a partir del qual descrivim el món i, en particular, com a base d'estructures geomètriques que trobem a la natura.

D'altra banda, el meu interès pel tema, ja que el meu aprenentatge de les matemàtiques s'ha basat en jocs i l'he vist més fructífer que el dels meus companys. Un aprenentatge que utilitza jocs, activitats en què l'alumnat és proactiu o materials manipulatiu, entre altres, per tal de facilitar o reforçar l'assoliment dels continguts resulta més dinàmic i motivador, alhora que també

permet visualitzar conceptes matemàtics que únicament amb teoria resulten feixucs.

## **5. ESTRUCTURA DEL TREBALL**

Per tal de comprendre la creació dels jocs, el treball comença amb propostes de maneres d'aplicar els jocs a l'ensenyament de les matemàtiques així com també els avantatges d'utilitzar-los.

Seguidament, per fer més senzilla la incorporació dels jocs a espais d'ensenyament, hi ha una mostra de desenvolupament de programació d'una unitat didàctica on s'especifiquen maneres de dinamitzar l'aula.

Per enllestir el cos de la memòria, s'inclouen els dos jocs creats per mi, un que és manipulable i fàcil d'adaptar als diversos nivells, i el segon, també manipulable, amb dues propostes de disseny, és a dir, dues propostes diferents de joc per tractar un mateix tema.

Finalment, per demostrar que amb jocs de taula existents amb finalitat lúdica també es pot realitzar una activitat útil a l'aula de matemàtiques que produeixi un aprenentatge significatiu i profund, he adaptat un joc de taula cooperatiu per treballar el temari de còniques corresponent al currículum de primer de batxillerat científic i tecnològic.

## COS DE LA MEMÒRIA

### 1. MANERES D'APLICAR ELS JOCS A LES MATEMÀTIQUES

#### 1.1. L'APRENTATGE BASAT EN JOCS

Molt sovint confonem dos conceptes diferents, l'Aprenentatge Basat en Jocs (a partir d'ara ABJ) i la ludificació, coneguda també amb el nom de gamificació pel seu nom en anglès *gamification*.

La diferència principal entre els dos conceptes és la següent. L'ABJ consisteix en utilitzar jocs estructurats amb l'objectiu d'aprendre, és a dir, jocs educatius. No es tracta de jugar per jugar, o sigui, jugar amb l'únic objectiu de divertir-se. En canvi, la ludificació consisteix en l'ús d'elements i tècniques del joc com ara els punts o insígnies perquè els alumnes realitzin activitats d'aprenentatge en entorns no lúdics. L'esquema següent sintetitza els elements clau d'aquests conceptes.<sup>3</sup>

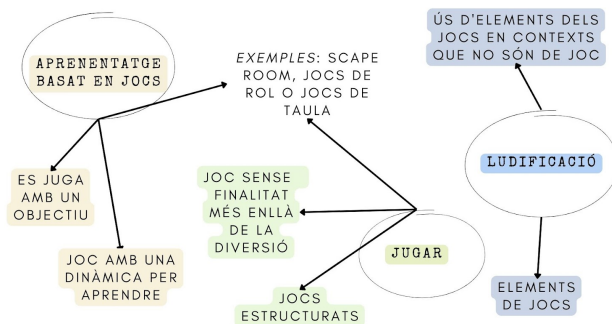


Fig. 1. Descripció de l'aprenentatge basat en jocs, jugar i ludificar

#### 1.2. UTILITZAR JOCS JA EXISTENTS

Innovar és molt difícil en certs àmbits; en aquest treball, he optat per diferenciar dos apartats: un de didàctica de les matemàtiques amb jocs de creació pròpia, i una altra amb jocs desenvolupats per altra gent. Concretament, presento una proposta d'utilització a l'aula del joc cooperatiu *L'illa prohibida* publicat per Devir l'any 2010<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> (Fasce, 2018)

<sup>4</sup> (Leacock, 2010)

### 1.3. ELS AVANTATGES D'UTILITZAR JOCS DE TAULA A L'AULA

Segons l'estudi *Foundations of Game-Based Learning* (Routledge, 2015), utilitzar jocs en una classe pot ajudar a captar l'atenció de l'alumnat, així com a

facilitar l'aprenentatge social i emocional. Així, als estudiants amb TDAH els ajuda a millorar l'atenció i la concentració, mentre que als alumnes amb dislèxia els ajuda a millorar la percepció espacial i temporal.



A banda dels avantatges acadèmics, l'ús del jocs a l'aula afavoreix la creació de vincles entre l'alumnat, la qual cosa facilita la realització de tasques alhora que incrementa l'interès dels alumnes.

Com està indicat a la figura 2, en jugar es crea un ambient de cooperació i cohesió en el qual els alumnes comparteixen coneixement entre ells. Per tant, és una bona manera de promoure l'aprenentatge col·laboratiu, sobretot en el cas de jocs cooperatius. A més, aquesta transferència de coneixement suposa un aprenentatge actiu, és a dir, els alumnes estan obligats a estar atents i intervenir, deixant de ser passius, ja que es requereix la seva participació.

Fig. 2. Els avantatges d'utilitzar jocs de taula a l'aula.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> (Larking, 2017)

Per altra banda, existeix una gran varietat de jocs de taula que no estan pensats per utilitzar a l'aula, però el disseny dels quals es pot adaptar. Això proporciona al professorat un magnífic punt de partida i a l'alumnat els provoca curiositat i els incentiva a ser subjectes actius en el seu propi procés d'aprenentatge.

## 2. PROGRAMACIÓ DIDÀCTICA DE GEOMETRIA AMB JOCS

Una unitat didàctica és aquell conjunt d'activitats destinades a l'ensenyament, aprenentatge, avaluació i recuperació estructurades per a l'assoliment d'uns objectius educatius i d'unes competències bàsiques.

D'entre tot el currículum de geometria, he escollit el tema *Rectes i angles* per al curs de 1r d'ESO, com a exemple de com es pot conformar una unitat didàctica a través de l'aprenentatge basat en jocs.

### 2.1. OBJECTIUS I COMPETÈNCIES

Segons el *Ministerio de educación y formación profesional del Gobierno de España*, els objectius i coneixements que s'han d'assolir són els següents:

- Definir punt, recta i pla.
- Identificar rectes, semirectes i segments en el pla.
- Identificar les posicions relatives de dues rectes en el pla.
- Identificar angles i conèixer-ne els elements principals.
- Classificar angles.
- Manejar el sistema sexagesimal com a sistema de mesura d'angles.
- Reconèixer quan dos angles són complementaris o suplementaris.
- Identificar angles oposats pel vèrtex.
- Reconèixer i dibuixar la mediatriu d'un segment i la bisectriu d'un angle.
- Comprendre i resoldre problemes en què és necessari conèixer els diferents tipus de rectes i angles.
- Fer una tasca de treball cooperatiu utilitzant rectes i angles



## 2.2. CONTINGUTS

Segons el *Ministerio de educación y formación profesional del Gobierno de España*, els continguts que ha d'incloure aquesta unitat didàctica són aquells que donen lloc als objectius i que són els següents:

- Rectes en el pla
  - Identificar i representar elements bàsics de la geometria del pla.
  - Reconèixer i representar les possibles posicions de rectes en l'entorn.
  - Posicions relatives de dues rectes.
- Angles en el pla
  - Classificació d'angle.
  - Identificar, representar i classificar angles.
  - Expressar amb precisió mesures d'angles, i convertir unes unitats en unes altres quan les circumstàncies ho requerisquen.
- Relacions entre angles i rectes
  - Identificar, representar i classificar angles en diferents posicions: consecutius, adjacents, oposats pel vèrtex.
- Construccions geomètriques senzilles: mediatriu d'un segment i bisectriu d'un angle
  - Identificar i construir la mediatriu d'un segment i la bisectriu d'un angle.

## 2.3. COM ASSOLEIX L'ALUMNAT EL CONTINGUT?

Per determinar el procés d'aprenentatge que permetrà als alumnes assolir els continguts s'elabora una taula on s'especifiquen de forma detallada les sessions que es duran a terme per a desenvolupar el tema. Tal com exposo posteriorment, és molt complicat l'ensenyament de tots els conceptes a través de jocs i cal combinar diverses estratègies metodològiques.

L'estructura de la taula és la següent:

Unitat		
Objectius professorat	Objectius d'etapa	Competències bàsiques
Objectius que el professor vol assolir com, per exemple, la cohesió de grup o la comprensió del tema per part de tots els alumnes	Descriurem els objectius especificats abans a l'apartat 2.1.	<p>Les competències que es poden desenvolupar o millorar són:</p> <p><b>Comunicatives</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comunicativa lingüística i audiovisual</li> <li>- Artística i cultural</li> </ul> <p><b>Metodològiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tractament de la informació i competència digital</li> <li>- Matemàtica</li> <li>- Aprendre a aprendre</li> </ul> <p><b>Personals</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Autonomia i iniciativa personal</li> </ul> <p><b>Conviure i habitar el món</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Coneixement i interacció amb el món físic</li> <li>- Social i ciutadana</li> </ul>
Descripció de les sessions		
Es descriu el contingut de cada sessió detalladament.		
Temporització	Metodologia	Recursos
Conté una programació temporal orientativa per cada sessió.	S'explica el tipus de metodologia que s'utilitza per explicar el temari	Tots els materials i objectes que es necessiten per explicar el temari
Avaluació		
Per cada unitat és necessari avaluar, d'una banda, els coneixements matemàtics assolits per l'alumnat i, d'altra, l'efectivitat de la metodologia emprada i dels recursos i materials utilitzats.		

Per això, en aquest apartat es descriuen els criteris d'avaluació i s'elaboren les rúbriques necessàries.
<b>Distribució de l'aula</b>
Depenent dels continguts impartits, es voldrà distribuir l'alumnat d'una forma o d'una altra. Per tant, farà falta una imatge o un esbós on es vegi la distribució de taules, cadires i alumnat.
<b>Possibles inconvenients</b>
Després d'enumerar els recursos necessaris, podem trobar que, per exemple, si volem utilitzar el mòbil per a realitzar una activitat, pot ser que l'alumne no en tingui. També es poden contemplar altres aspectes com distraccions o poca participació en activitats col·laboratives.

**Taula 1.** Taula de descripció d'unitat didàctica per a una unitat.

## 2.4. QUAN I COM S'UTILITZA EL JOC?

Durant la descripció de les sessions, s'haurà d'incloure el moment en el que es vol utilitzar el joc i especificar el seu funcionament. Per exemple:

<b>Descripció de les sessions</b>
<p><u>Sessió 3</u></p> <p>Per començar s'expliquen les instruccions, la qual es pot acompanyar d'una presentació per facilitar-ne la comprensió.</p> <p>Seguidament, es distribueix l'alumnat en grups de 4-5 i es reparteix un model de joc per a cada grup [Annex I].</p> <p>Aquesta sessió serveix per al repàs dels primers continguts impartits, que coincideixen amb els objectius següents:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Rectes en el pla             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Identificar i representar elements bàsics de la geometria del pla.</li> <li>○ Reconèixer i representar les possibles posicions de rectes en l'entorn.</li> <li>○ Posicions relatives de dues rectes.</li> </ul> </li> </ul>

**Taula 2.** Exemple d'una descripció de sessió.

## 2.5. ORIENTACIONS PER AL DESENVOLUPAMENT

Per tal de facilitar el seguiment de les sessions, en aquest punt es poden resumir els apartats i contemplar possibles solucions a problemes que sorgeixin.

Seguidament hi ha dues taules, la primera conté un exemple de resum de les sessions i la segona presenta una llista de problemes potencials i possibles formes de resoldre'ls per permetre seguir utilitzant els materials i que no causin més conflictes. Aquesta llista es basa en la pròpia experiència utilitzant jocs estructurats durant el procés d'aprenentatge i amb objectius similars, ja que els jocs que presento en aquest treball encara no han pogut ser provats.

Exemple de descripció de les sessions	
<u>Sessió 1</u>	<p>En aquesta sessió es fa una introducció al tema mitjançant un petit vídeo (<a href="https://youtu.be/SggWGaAyfvc?t=13">https://youtu.be/SggWGaAyfvc?t=13</a>), que explica la diferència entre punt, recta, pla, semirecta i segment des del minut 0:13 fins al minut 2:22.</p> <p>Seguidament, es comenta el vídeo amb l'alumnat. Per tal que ho recordin, es pot repartir un document [<i>Annex V</i>] on a mesura que miren el vídeo, poden escriure i dibuixar el que van aprenent. També se'ls pot donar el document amb els dibuixos ensenyats al vídeo [també a l'<i>Annex V</i>].</p> <p>Mitjançant aquest vídeo i la creació de la fitxa, assolim el primer i segon objectius:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Identificar i representar elements bàsics de la geometria del pla.</li> <li>● Reconèixer i representar les possibles posicions de rectes en l'entorn.</li> </ul>
<u>Sessió 2</u>	<p>En aquesta sessió s'expliquen les posicions relatives entre rectes. Per fer-ho, sortirem al pati (si plou, mourem les taules de l'aula per tenir prou espai), i seguirem aquests passos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Buscar dos pals (o objectes) que puguin simular rectes</li> <li>2. Ajuntar-nos tots junts i disposar els dos pals de maneres diferents per tal de demostrar les posicions relatives de dues rectes</li> </ol>

	<p>a. Rectes secants (+ rectes perpendiculars)  b. Rectes paral·leles  c. Rectes coincidents</p> <p>Com a la sessió 1, se'ls donarà un full on ompliran els conceptes apresos i els descriuran al costat del dibuix on es representin les posicions relatives, sempre amb el suport del docent [vegeu <i>Annex V</i>].</p> <p>Si en algun cas es volgués fer més dinàmica l'activitat manipulativa, es podria enfocar com un joc de pistes on a través de descripcions i preguntes arribessin al primer pas.</p> <p>Posteriorment, omplint un full que se'ls dona [Annex V], visualitzem les distàncies entre punts i rectes.</p> <p>D'aquesta forma, assolim el tercer objectiu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posicions relatives de dues rectes.</li> </ul>
<p><u>Sessió 3</u></p>	<p>Explicada abans → ús del joc dissenyat</p>
<p><u>Sessions posteriors a la sessió 3</u></p>	<p>En aquesta sessió iniciem l'apartat del tema <i>angles en el pla, relacions entre angles i rectes i construccions geomètriques senzilles</i>.</p> <p><i>Seguint els exemples de les altres sessions, aquestes s'orientarien igual, en el tema d'angles en el pla, realitzar un joc per ensenyar la classificació dels angles es fa més complex que amb les rectes, per tant, per tal d'ensenyar-ho de forma participativa, es pot contemplar utilitzar una activitat com <b>creació d'angles amb elements de la natura</b>.</i></p> <p>Per a repassar, a la darrera sessió dedicada al tema, tal com s'ha fet amb l'apartat de rectes, es pot utilitzar el joc proposat per tractar els angles.</p>

**Taula 3.** Resum de les sessions.

Problema	Possible resolució
Sessió 1 → Els alumnes no estan alerta al vídeo projectat a classe	Se'ls lliura la fitxa a omplir abans de veure el vídeo i durant el vídeo l'omplen
Sessió 2 → En sortir al pati (o, si plou, quedar-se a l'aula havent redistribuït l'espai) es dispersen i no es concentren	Si es fa mitjançant un joc de pistes, la seva concentració es dirigirà en trobar les pistes i, per tant, serà més fàcil guiar-los al lloc de reunió
Sessió 3 → Complicacions per entendre les normes i instruccions	Explicar les instruccions de manera diferent i donar una motivació per tal de jugar, per exemple, <i>puja mig punt la nota del trimestre</i>

**Taula 4.** Problemes potencials i possibles resolucions.

### 3. JOCS SOBRE GEOMETRIA PER INCORPORAR A LES UNITATS DIDÀCTIQUES

#### 3.1. JOCS DE CREACIÓ PRÒPIA

##### 3.1.1. Elements del pla i de l'espai

###### 3.1.1.1. Explicació

Per fer aquest joc m'he inspirat en el precedent del tradicional joc de l'oca, *un joc de la Guerra civil espanyola i la batalla de Madrid a Riudoms*<sup>6</sup>, que té un funcionament senzill. Hi ha un seguit de caselles que els jugadors han de recórrer i arribar a la línia de meta, és a dir, el final. Cada casella conté algun element que pot provocar alguna reacció favorable o en contra del jugador.

Per aquesta unitat didàctica, el tradicional joc de l'oca es combina amb un tauler on els jugadors resolen les accions. Cada acció la determinen la casella on caus i la carta que agafes. [El joc sencer el trobareu a l'Annex I]

###### 3.1.1.2. Procés de creació

El primer pas que vaig per fer crear aquest joc va ser analitzar els continguts i agrupar-los per subtemes. Un cop fet això i amb una primera idea pensada,

<sup>6</sup> (Simón, Eugeni Perea, 2009)

vaig decidir utilitzar el tauler de l'oca per realitzar el seguit de reptes que havia plantejat. Per dur a terme aquests reptes és necessari un segon tauler de joc, un pla de dues dimensions (X, Y), així que per poder crear un sol tauler, vaig disminuir les caselles de joc i vaig introduir un pla de dos dimensions a l'interior del tauler. Depenent del temari que es faci a cada curs, es poden crear variacions del tauler que permetin satisfer les necessitats d'ensenyament i aprenentatge.

### 3.1.1.3. Objectius del joc

Com s'ha indicat a l'*apartat 3.1*, el joc utilitzat per al tema de *rectes i angles* serveix per a reforçar els conceptes apresos a les primeres sessions:

- Identificar i representar elements bàsics de la geometria del pla.
- Reconèixer i representar les possibles posicions de rectes en l'entorn.
- Posicions relatives de dues rectes.

### 3.1.1.4. Casuística

A la taula següent exposo dos problemes potencials i la seva possible resolució sempre basant-me en la meua pròpia experiència perquè els jocs que presento encara no s'han pogut provar.

Problema	Possible resolució
Complicacions per entendre les normes i instruccions	Explicar les instruccions de manera diferent
Manca de motivació i participació	Donar una motivació per tal de jugar, per exemple, <i>puja mig punt la nota del trimestre.</i>

**Taula 5.** Taula de descripció d'unitat didàctica per a una unitat.

### 3.1.1.5. Fitxa tècnica del joc

<b>Títol de l'activitat:</b>	Oca matemàtica
<b>Nº de nens/es</b>	Per grups d'entre dos i sis jugadors
<b>Tema (temàtica)</b>	Geometria analítica

<b>Tipus de joc</b>	Joc de taula tipus oca
<b>Material necessari:</b>	<p>→ <b>Nivell I:</b> Tauler de joc i cartes</p> <p>→ <b>Nivell II:</b> Tauler de joc, cartes i regle</p> <p>→ <b>Nivell III:</b> Tauler de joc i cartes</p> <p>→ <b>Nivell IV:</b> Tauler de joc i cartes</p> <p>→ <b>Nivell V:</b> Tauler de joc, cartes i transportador d'angles</p> <p>→ <b>Nivell VI:</b> Tauler de joc i cartes</p>

**Taula 6.** Fitxa tècnica del joc *Oca matemàtica*.

### 3.1.1.6. Breu resum de les instruccions de joc.

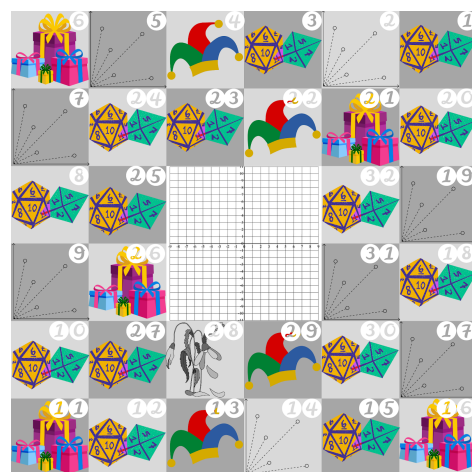
A cada partida hi poden jugar entre dos i sis jugadors. L'objectiu és ser el primer en arribar a la casella número 32, la final.

Per tal d'avançar, has de tirar un dau numerat de l'ú al sis que determina la teva posició final i realitzes el que et marqui la casella.

*Per exemple: al principi del teu torn et trobes a la casella amb el número 1. Tires un dau de sis i el teu resultat és un 3. Avances tres posicions, arribant al 4 i, seguint les il·lustracions de la casella, realitzes l'acció.*

Ara bé, els reptes que realitzes segons on caus, t'ajudaran a avançar o a retrocedir.

Les il·lustracions de cada requadre simbolitzen una acció diferent. En el cas dels **daus** (caselles 1, 3, 8, 10, 12, 15, 18, 20, 23, 24, 25, 27, 30 i 32), has de tirar un dau que acompanya el joc, que té tantes cares com parts té el temari que es vol treballar, i el resultat del dau determina de quina pila de cartes has de realitzar el repte.



**Fig. 3.** Tauler de joc Elements del pla i de l'espai

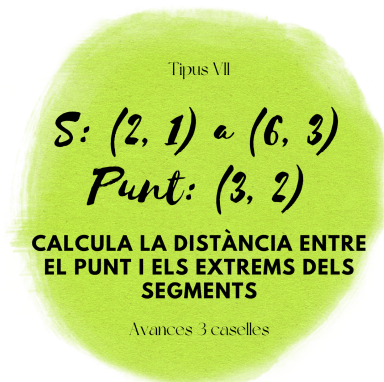


Les il·lustracions amb una **gràfica** (caselles 2, 5, 7, 9, 14, 17, 19 i 31) et permeten a tu escollir de quina pila de cartes realitzes el repte.

Els **barrets d'arlequí** (caselles 4, 13, 22 i 29) són caselles on no et passa res, és a dir, no has de realitzar cap repte.

Els **regals** (caselles 6, 11, 16, 21 i 26) et permeten avançar al regal següent si encertes el repte de la teva elecció. En aquest cas, no podràs obtenir la recompensa que et determina la carta sinó que la recompensa en sí és avançar fins al regal següent.

Seguidament, analitzem el contingut de les cartes que pots aconseguir en una de les piles del repte, cadascuna de les quals està formada per cartes del mateix tipus corresponent a una part del temari i amb una puntuació que depèn de la dificultat del repte plantejat<sup>7</sup>.



**Fig. 4.** Exemple de carta Elements del pla i de l'espai

La primera informació que apareix a la carta és el tipus.

Seguidament, hi ha els punts o dades amb les quals hem de resoldre el repte.

A continuació, trobem l'enunciat del repte.

I, finalment, hi ha la puntuació del repte: segons el nivell de dificultat, es poden avançar més o menys caselles.

En cas de caure en una *casella regal*, la puntuació donada per la carta se substitueix per avançar fins al proper regal sempre que s'aconsegueixi resoldre correctament el repte plantejat.

<sup>7</sup> La carta mostrada a continuació és de tipus VII.

### 3.1.2. Els angles per a cicle inicial

#### 3.1.2.1. Explicació

Aquest joc es fonamenta en el popular joc *Veritat o repte*, molt habitual durant l'etapa de l'adolescència, i s'hi afegeix el component dinàmic del *joc de l'ampolla*, que consisteix en fer girar un objecte al centre del cercle constituït pels jugadors: la posició final de l'ampolla indica les dues persones que han de realitzar una acció conjuntament. [El joc sencer el trobareu a l'Annex II]

#### 3.1.2.2. Procés de creació

Per realitzar aquest joc, primer vaig esquematitzar els conceptes que volia tractar i, d'aquesta manera, vaig dividir-los en els quatre apartats següents: els angles, les normes, les operacions i la classificació. Per integrar-los al joc, vaig establir un ordre de torn en un full d'instruccions inclòs a l'Annex II on s'especifica què s'ha de fer en cada cas. Com al joc anterior, depenent del nivell s'han d'incloure unes cartes o unes altres.

#### 3.1.2.3. Objectius del joc

Com s'ha indicat a l'*apartat 3.1*, el joc utilitzat per al tema de *rectes i angles* serveix per a reforçar els conceptes apresos a les primeres sessions:

- Classificació d'angle.
- Identificar, representar i classificar angles.
- Expressar amb precisió mesures d'angles, i convertir unes unitats en unes altres quan les circumstàncies ho requerisquen.

#### 3.1.2.4. Casuística

Les problemàtiques que poden dur jocs com aquest són la competitivitat i l'enfrontament entre alumnes, per tant, una manera de reduir el sentiment de discriminació, és potenciar la divisió en equips per fomentar el treball en equip i la col·laboració per tal d'assolir l'objectiu.

També se'ns pot presentar la problemàtica del poc interès per part de l'alumnat al joc. Una manera de motivar-los és, per exemple, jugar el joc a l'aire lliure o

incloure elements que captin la seva atenció com ara dissenyar les cartes tenint en compte els seus gustos audiovisuals.

També pot passar que el joc no funcioni i no s'assoleixin els objectius. Per aquesta raó és recomanable tenir solucions pensades i no desanimar-se. En el cas de cicle inicial, es poden intercalar preguntes o reptes no-matemàtics amb matemàtics i el docent pot decidir participar també en el joc, de manera que els alumnes tinguin curiositat per adquirir informació dels seus companys i els incentivi a resoldre més ràpidament els reptes.

### 3.1.2.5. Fitxa tècnica del joc

<b>Títol de l'activitat:</b>	Pregunta o repte matemàtic
<b>Nº de nens/es</b>	Per grups
<b>Tema (temàtica)</b>	Els angles
<b>Tipus de joc</b>	Joc de taula competitiu
<b>Material necessari:</b>	Cartes segons el nivell Tauler de joc: superfície plana Ruleta Material que necessiti cada nivell

**Taula 7.** Fitxa tècnica del joc *Pregunta o repte matemàtic*.

### 3.1.2.6. Breu resum de les instruccions de joc.

1. Distribueixes les persones i giren per ordre la ruleta.
2. Un cop ha girat la ruleta, escull entre pregunta o repte.
  - a. Les cartes de pregunta són de teoria o de breu demostració. Si l'encertes obtens una recompensa.

- b. Les cartes de repte et fan resoldre un problema. Alguns amb més dificultat, altres amb menys (segons el número de la ruleta). La recompensa que obtens és diferent a les cartes de pregunta.
3. Un cop has resolt el problema. Obres / destapes la solució del problema.
4. La carta et dirà la recompensa si has encertat o què passa, si falles.

### 3.1.3. Els angles per a cicles més alts

#### 3.1.3.1. Explicació

Aquest joc és una evolució del *Dòmino*<sup>8</sup>, originari de la Xina, i que és tradicional a molts països del món (Va de joc, 2017). A part de les fitxes del dòmino, que en aquest cas són angles dibuixats i escrits en graus, també inclou tres tipus més de fitxes que s'utilitzen per al desenvolupament de l'activitat. [El joc sencer el trobareu a l'Annex II]

#### 3.1.3.2. Procés de creació

Després de desenvolupar el joc dels angles, el funcionament era molt complex i per tal de facilitar la comprensió els primers anys de l'ESO, vaig elaborar el joc de *pregunta o repte matemàtic*, tot i així, per als cicles més elevats vaig crear el *dòmino matemàtic*. [Trobareu les instruccions de joc a l'Annex III]

#### 3.1.3.3. Objectius del joc

Els objectius, tal com s'ha exposat en el mateix apartat dels altres jocs, venen determinats per la programació de la unitat didàctica; en aquest cas, els jocs dissenyats s'utilitzen per a complementar l'explicació i visualitzar els aspectes explicats d'una forma més dinàmica. Aquest joc es realitza com a repàs i resum del temari impartit.

#### 3.1.3.4. Casuística

De la mateixa manera que els altres jocs tenen la seva casuística, aquest també. Aquesta s'ha de determinar en desenvolupar-la posteriorment; és a dir, malgrat es proposi una forma de realitzar el joc, aquest està subjecte a molts

---

<sup>8</sup> (Feitosa, 2022)

canvis i està estructurat, però no determinat. Per tant, en dissenyar-lo, cada persona que en faci ús ha de decidir la manera en la que enfoca els objectius i com pot influenciar de manera indirecta a la casuística, és a dir, quins impediments pot provocar la realització del joc.

### 3.1.3.5. Fitxa tècnica del joc

<b>Títol de l'activitat:</b>	Dòmino matemàtic
<b>Nº de nens/es</b>	Per grups
<b>Tema (temàtica)</b>	Els angles
<b>Tipus de joc</b>	Joc de taula tipus dòmino
<b>Material necessari:</b>	Cartes I, II, III Tauler de joc: superfície plana

**Taula 8.** Fitxa tècnica del joc *Dòmino matemàtic*.

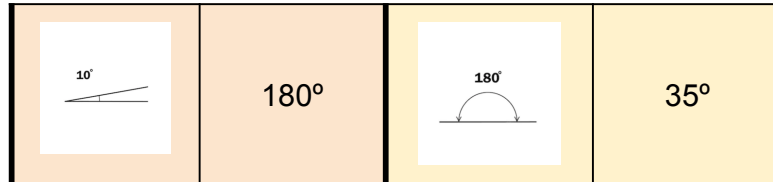
### 3.1.3.6. Breu resum de les instruccions de joc.

Hi ha tres tipus de cartes que determinen la dinàmica del joc:

- Cartes tipus I: es juga de forma similar al joc del dòmino tradicional. Cada jugador agafa set fitxes sense mirar i comença el jugador que s'esculli. A partir dels extrems del joc es poden col·locar fitxes unint les caselles lliures del joc que hi ha a taula amb una casella igual de les fitxes que té cada jugador. En el cas que un jugador no pugui tirar cap de les fitxes, el jugador passa el seu torn al jugador de la seva esquerra. Cada jugador pot jugar només una fitxa per torn.
- Cartes tipus II: aquestes cartes condicionen la forma en la que es desenvolupa una ronda. El jugador que comença agafa una carta d'aquest tipus, la qual inclou una norma amb la qual s'haurà de jugar durant aquella ronda. Un exemple pot ser: *només pots utilitzar 3 cartes d'angle*.
- Cartes tipus III: aquestes són les anomenades cartes d'angle i s'utilitzen per fer sumes; és a dir, tens aquestes cartes escampades per la taula i,

seguint la norma donada per les cartes del tipus II, has de combinar-les per aconseguir el resultat de l'angle que acabes d'encaixar.

Veiem-ho amb un exemple:

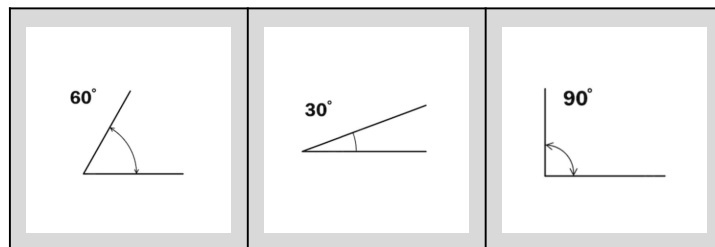


Acabem d'encaixar el dibuix de l'angle  $180^\circ$  amb l'angle escrit. Seguidament, segons la carta II que ens hagi tocat, utilitzarem unes cartes III o unes altres.

Norma:

Només pots utilitzar 3 cartes d'angle

Per tant, per aconseguir l'angle encaixat ( $180^\circ$ ) puc sumar els angles següents (cartes III):



## 3.2. JOCS ADAPTATS DE JOCS EXISTENTS

### 3.2.1. Les còniques

Per aquest punt del temari corresponent a primer de batxillerat, he partit d'un joc extern i n'he fet una adaptació amb l'objectiu d'utilitzar-lo a l'aula. Es tracta del joc *L'illa prohibida* publicat per Devir l'any 2010<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> (Leacock, 2010)

### 3.2.1.1. Explicació

Aquest joc està creat per Matt Leacock amb il·lustracions de C.B. Canga. És un joc cooperatiu amb el qual, a part de tractar el temari, es fomenta el treball en equip i la cooperació per un objectiu compartit.

### 3.2.1.2. Procés de creació

Per crear aquest joc, primer havia de conèixer a la perfecció les seves normes<sup>10</sup>. Un cop conegudes les normes, s'havia d'agafar el temari i encaixar-lo amb la idea principal del joc: escapar de l'illa en perill d'enfonsar-se. Per fer això, vaig decidir mantenir el funcionament fonamental del joc i modificar-lo utilitzant reptes per realitzar certes accions. Aquests reptes juntament amb el nou disseny donat al joc permeten tractar les còniques d'una manera més visual i pròxima. [El joc sencer el trobareu a l'Annex IV]

### 3.2.1.3. Fitxa tècnica del joc

<b>Títol de l'activitat:</b>	L'illa de les còniques
<b>Nº de nens/es</b>	Per grups de 4 alumnes
<b>Tema (temàtica)</b>	Còniques
<b>Objectiu/s</b>	Aprendre sobre còniques i marxar de l'illa abans no s'inundi
<b>Tipus de joc</b>	Joc de taula cooperatiu
<b>Material necessari:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ 6 peons de fusta</li> <li>→ 4 figures de tresor                             <ul style="list-style-type: none"> <li>● Circumferència</li> <li>● El·lipse</li> <li>● Hipèrbola</li> <li>● Paràbola</li> </ul> </li> <li>→ 1 marcador d'aigua</li> <li>→ 1 indicador del nivell de l'aigua</li> </ul>

<sup>10</sup> (Devir, 2010)

	<p>→ 58 Cartes, dividides en:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● 28 cartes de tresors<ul style="list-style-type: none"><li>○ 5 de cadascun dels 4 tresors</li><li>○ 3 Les aigües pugen!</li><li>○ 3 Ascens amb helicòpter</li><li>○ 2 Sacs de sorra</li></ul></li><li>● 24 cartes d'inundació</li><li>● 6 cartes d'aventurer<ul style="list-style-type: none"><li>○ Físic</li><li>○ Químic</li><li>○ Arquitecte</li><li>○ Científic marí</li><li>○ Astronauta</li><li>○ Geògraf</li></ul></li></ul>
--	--

**Taula 8.** Fitxa tècnica del joc *L'illa de les còniques*.

## CONCLUSIÓ

### 1. DIFICULTATS D'UTILITZAR ELS JOCS A L'AULA

En un model de sistema educatiu on s'ha potenciat l'explicació teòrica del temari, la majoria dels docents ja s'han acostumat a aquesta manera d'orientar i ensenyar a l'alumnat. Això fa que per introduir l'aprenentatge basat en jocs a l'aula no només calgui preparar els jocs, la qual cosa requereix més temps que preparar una lliçó teòrica per als alumnes, sinó que també s'han d'adaptar els professors i professores a la nova estratègia metodològica.

Aquest problema juntament amb la possibilitat que l'alumnat deixi de mostrar atenció i no participi en l'activitat, fan que utilitzar els jocs a l'aula sigui més complex del que una pot pensar en un principi i requereix molta preparació i voluntat per fer-ho.



En particular, tal com s'ha exposat en presentar els diferents jocs de taula, cada joc té la seva casuística. No només pot passar que l'alumnat consideri el joc poc atractiu o que, de forma més general, no participi activament en l'activitat, sinó també que alguns alumnes tinguin dificultats per comprendre les seves normes correctament i això dificulti l'ús del material. Per altra part, alguns jocs potencien la competitivitat i això és contraproduent, tenint en compte que allò que es persegueix és el suport mutu entre iguals.

## **2. EL TEMARI ÉS MOLT EXTENS**

Malgrat es vulgui dinamitzar tot, hi ha molts aspectes matemàtics on no podem obviar la teoria. De fet, elaborant aquest treball he comprovat que algunes unitats són complexes per realitzar amb jocs. Tot i que es trobin dinàmiques o activitats a fer, sempre s'ha de partir d'una base teòrica.

## **3. UN ENSENYAMENT DE MATEMÀTIQUES EQUILIBRAT**

Basant-nos en els punts anteriors i en el cos de la memòria, podem establir un equilibri entre activitats i teoria per tal que l'ensenyament de les matemàtiques sigui el més entenedor i fiable possible. Actualment, internet ens proporciona espais on trobem dinàmiques ambientades a diversos grups d'edat que facilita la feina de pensar activitats diferents amb un component lúdic, però que proporcionen un aprenentatge significatiu. En aquest sentit, és recomanable investigar objectes utilitzats prèviament i que han funcionat com són els materials manipulatius, activitats i dossiers creats per la matemàtica catalana *Maria Antònia Canals*. A l'*Annex VI* trobareu una sèrie d'enllaços a pàgines web amb recursos matemàtics idonis per incloure a l'aula i dinamitzar-la.

Un potencial equilibri és explicar la teoria amb l'ús de tecnologies per visualitzar-la com, per exemple, el programari *GeoGebra* o altres recursos que es troben recollits a l'*Annex VI*. Un cop exposada la teoria, es poden dur a terme exercicis per assegurar la comprensió i usar jocs per repassar, consolidar i interioritzar la teoria alhora que es resolen problemes sobre el temari tractat.

#### **4. BALANÇ DEL TREBALL**

En un principi, la meva idea era crear jocs amb l'objectiu d'explicar tot el temari, teoria inclosa; és a dir, no només revisar continguts sinó també aprendre la teoria tot jugant. Ara bé, després de crear el primer joc i adonar-me que el disseny i creació de jocs resulta molt complex, degut a les limitacions imposades per un currículum poc flexible, vaig canviar la filosofia del treball.

L'ensenyament únicament i exclusiva a través de l'aprenentatge basat en jocs és pràcticament impossible si es vol que s'aconsegueixin tots els objectius i s'assoleixen totes les competències establertes al principi de cada unitat didàctica. Per tant, vaig decidir elaborar jocs amb la intenció de reforçar la comprensió dels continguts i de servir com a suport al llarg del procés d'aprenentatge dels alumnes.

Elaborar aquest treball m'ha fet veure que no hi ha cap metodologia perfecte i que el millor és combinar estratègies sempre tenint en compte l'alumnat a qui van dirigides les sessions.

#### **5. FUTUR I SEGUIMENT DEL TREBALL**

Aquest treball representa una petita mostra del potencial de l'aprenentatge basat en jocs a l'aula de matemàtiques. Degut a les limitacions temporals i el canvi de visió que m'ha proporcionat el treball, només he pogut dissenyar alguns jocs corresponents a un àmbit de totes les matemàtiques que s'expliquen durant l'ESO i el batxillerat.

Per tant, una primera línia de treball és crear jocs per als diferents apartats del temari com també trobar altres activitats que puguin resultar útils a l'aula. D'altra banda, seria molt interessant poder fer una posada en pràctica de l'aprenentatge basat en jocs i posteriorment analitzar els efectes que ha tingut en l'alumnat, és a dir, determinar si realment afavoreix l'aprenentatge.

## **BIBLIOGRAFIA**

Aprendiendo matemáticas. "Buscar "Maria Antonia Canals."" Aprendiendo matemáticas. [online] Available at: <[https://aprendiendomatematicas.com/tienda/buscar?controller=search&orderby=position&orderway=desc&search\\_query=Maria+Antonia+Canals&submit\\_sea](https://aprendiendomatematicas.com/tienda/buscar?controller=search&orderby=position&orderway=desc&search_query=Maria+Antonia+Canals&submit_search=)>. [Accessed 10 December 2022].

Baldwin, Angela N. "Video-game therapy may help treat ADHD, study finds." ABC News, 26 February 2020. [online] Available at: <[https://abcnews.go.com/Health/video-game-therapy-treat-adhd-study-finds/sto](https://abcnews.go.com/Health/video-game-therapy-treat-adhd-study-finds/story?id=69186285)>. [Accessed 8 November 2022].

Bretos, J., 2012. Proporcionalitat geomètrica 2n eso. [online] Slideshare.net. Available at: <<https://www.slideshare.net/jbretos/proporcionalitat-geomètrica-2n-eso>> [Accessed 30 July 2022].

Ca.wikipedia.org. 2022. Joc de l'oca - Viquipèdia, l'enciclopèdia lliure. [online] Available at: <[https://ca.wikipedia.org/wiki/Joc\\_de\\_l%27oca](https://ca.wikipedia.org/wiki/Joc_de_l%27oca)> [Accessed 5 August 2022].

Ca.wikipedia.org. 2022. Memorama - Viquipèdia, l'enciclopèdia lliure. [online] Available at: <<https://ca.wikipedia.org/wiki/Memorama>> [Accessed 5 July 2022].

Calculo.cc. "La hipérbola: eje vertical y eje horizontal. Relación métrica fundamental, asíntotas, excentricidad y ecuación reducida. Ejemplos resueltos con gráficas." Calculo.cc, 2012, <[https://calculo.cc/temas/temas\\_geometria\\_analitica/lq\\_conica/teoria/hiperbola.ht](https://calculo.cc/temas/temas_geometria_analitica/lq_conica/teoria/hiperbola.html)>. [Accessed 11 August 2022].

Canals, María Antonia, and Mestres Rosa Sensat. "Los dossiers de María Antonia Canals." Editorial Octaedro. [online] Available at: <<https://octaedro.com/coleccion/los-dossiers-de-maria-antonia-canals/>>. [Accessed 10 December 2022].

Conjunto de ángulos de diferentes grados ángulo de grado matemático geométrico. [image] Available at: [https://www.freepik.es/vector-premium/conjunto-angulos-diferentes-grados-angulo-grado-matematico-geometrico-icono-flecha-aislado\\_17753105.htm](https://www.freepik.es/vector-premium/conjunto-angulos-diferentes-grados-angulo-grado-matematico-geometrico-icono-flecha-aislado_17753105.htm) [Accessed 5 July 2022].

Creaiapren.blogspot.com. 2015. Material per preparar Geometria en l'Espai. [online] Available at: <http://creaiapren.blogspot.com/2015/04/material-per-preparar-geometria-en.html> [Accessed 1 August 2022].

Currículum educació secundària obligatòria – Decret 143/2007 DOGC núm. 4915. Gencat. [online] Available at: [https://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0083/c8437f7a-6a8a-476a-813c-0f897525d119/matematiques\\_eso.pdf](https://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0083/c8437f7a-6a8a-476a-813c-0f897525d119/matematiques_eso.pdf). [Accessed 10 December 2022].

Devir. (2010). La isla prohibida. Devir. [online] Available at: <https://devirinvestments.s3.eu-west-1.amazonaws.com/media/8436017220285-Rules-ES-1.pdf> [Accessed 18 August 2022].

Devir Cat. “Com es juga a l'Illa Prohibida - Devir.” YouTube, 18 September 2015. [online] Available at: <https://youtu.be/-QldpNSmuGg>. [Accessed 3 December 2022].

DK Penguin Random House. (2020). El libro de las matemáticas. Akal.

Dosil, Mireia. “Per a què serveixen les mates? – Mireia Dosil.” Mireia Dosil, 8 April 2017. [online] Available at: <http://www.mdosil.cat/?p=600>. [Accessed 10 December 2022].

Fasce, P. (2018, October 3). Aprenentatge Basat En Jocs (ABJ): NI Jugar, NI Gamificar. Lu2.cat. [online] Available at: <https://lu2.cat/aprenentatge-basat-en-jocs-abj-ni-jugar-ni-gamificar/> [Accessed 18 August 2022].

FEDAC Salt. n.d. L'aprenentatge basat en el joc, una metodologia exclusiva d'infantil i primària? - FEDAC Salt. [online] Available at: <<https://salt.fedac.cat/aprenentatge-joc/>> [Accessed 5 August 2022].

Feitosa, M. F. (2022, 22). Desafios matemáticos: uma sequência didática a partir do jogo de dominós. Repositório Institucional do IFPE. [online] Available at: <<https://repositorio.ifpe.edu.br/xmlui/handle/123456789/561>> [Accessed 18 August 2022].

GeoGebra. (2022, Juliol 11). GeoGebra. GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers. [online] Available at: <<https://www.geogebra.org/>> [Accessed 12 August 2022].

Giner Francés, F., 2015. MATEMÀTIQUES 2n BATXILLERAT. [online] Mestrecasa.gva.es. Available at: <[https://mestrecasa.gva.es/c/document\\_library/get\\_file?folderId=500005727603&name=DLFE-700025.pdf](https://mestrecasa.gva.es/c/document_library/get_file?folderId=500005727603&name=DLFE-700025.pdf)> [Accessed 1 August 2022].

Gobierno de España - Ministerio de Educación y formación profesional. Programació didàctica. Departament de matemàtiques. 2020. Institut d'Educació secundària de Betxi. [online] Available at: <<https://portal.edu.gva.es/iesbetxi/wp-content/uploads/sites/163/2021/01/Matem%C3%A0tiques.pdf>>. [Accessed 9 December 2022].

Hernández Benito, D. (2022). Contar Las Matemáticas: Conejos Dorados, Asteroides Y Otras Curiosidades Históricas. Paidós.

Institut d'Estudis Catalans. "matemàtic -a." DIEC2 - Institut d'Estudis Catalans. [online] Available at: <<https://dlc.iec.cat/Results?DecEntradaText=matem%C3%A0tica&AllInfoMorf=False&OperEntrada=0&OperDef=0&OperEx=0&OperSubEntrada=0&OperAreaTematica=0&InfoMorfType=0&OperCatGram=False&AccentSen=False&CurrentPage=0&refineSearch=0&Actualitzacions=False>>. [Accessed 10 December 2022].

L. Plass, Jan, et al. "Foundations of Game-Based Learning." EDUCATIONAL PSYCHOLOGIST, 50(4), 258–283, 2015. American Psychological Association. [online] Available at: <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1090277.pdf>>. [Accessed 8 November 2022].

Larking, M. P. (2017). HomeDiscovering Students' Needs for a Content and Language Integrated Learning (CLIL) Course. PanSIG Journal. [online] Available at: <[https://pansig.org/sites/default/files/2017\\_PanSIG\\_Journal.pdf#page=185](https://pansig.org/sites/default/files/2017_PanSIG_Journal.pdf#page=185)> [Accessed 18 August 2022].

Leacock, M. (2010). La Isla Prohibida. ¡Trabaja codo con codo con tus compañeros para salvar los tesoros! Devir. [online] Available at: <<https://devir.es/la-isla-prohibida>> [Accessed 18 August 2022].

lu2. 2018. Aprenentatge Basat En Jocs (ABJ): NI Jugar, NI Gamificar - lu2, Experts en jocs de taula. [online] Available at: <<https://lu2.cat/aprenentatge-basat-en-jocs-abj-ni-jugar-ni-gamificar/>> [Accessed 5 August 2022].

Matemàtiques 1 ESO. 2010. BLOC I: Aritmètica i àlgebra. 1st ed. [ebook] edebé, pp.1-25. Available at: <<https://www.edebe.com/educacion/documentos/830047-0-529-830047%20Matematiques%201%20ESOCat.pdf>> [Accessed 5 July 2022].

Material Didàctico - Superprof. n.d. Recta | Superprof. [online] Available at: <<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/>> [Accessed 1 August 2022].

Matvall.es. n.d. Matemáticas II - 2º de Bachillerato. [online] Available at: <<https://matvall.es/file.php/1/MareaVerde/Matematicas%20II.pdf>> [Accessed 1 August 2022].

McGraw Hill. "Unitat 8: Circumferència i cercle." 2022. [online] Available at: <<https://www.mheducation.es/bcv/guide/capitulo/8448134257.pdf>>. [Accessed 11 August 2022].

Miglietta, A. A. (n.d.). Matemáticas e informática: Números y aritmética. Álgebra. Geometría. Análisis. Estadística y probabilidad. Lógica matemática. Informática y ordenadores. Temas. Personajes. Historia de las matemáticas. Susaeta.

Morera, Laura. "Com s'ensenyen i com s'haurien d'ensenyar les matemàtiques a primària?" Flip. [online] Available at: <<https://www.actividadeseducativas.es/com-sensenyen-com-shaurien-densenyar-les-matematiques-primaria-n-80-ca>>. [Accessed 10 December 2022].

Moyersoén, F. (2004). Saboteur - Juego de cartas. Zacatrus. [online] Available at: <<https://zacatrus.es/saboteur.html>>. [Accessed 18 Agost 2022]

Munar Buñola, F. (2016). Memòria del Treball de Fi de Grau Matemàtiques per a tots. Noves metodologies i recursos. Universitat de les Illes Balears. [online] Available at: <<https://dspace.uib.es/xmlui/handle/11201/3519>>. [Accessed 18 Agost 2022]

Navarro Miranda, Andrés. "El·lipse Corba que s'obté en tallar un con de revolució per un pla que talli totes les generatrius del con i que no passi pel seu vèrtex. Si considerem. - ppt descargar." SlidePlayer, 2019. [online] Available at: <<https://slideplayer.es/slide/15529935/>>. [Accessed 11 Agost 2022].

Proyecto Descartes. "Proyecto Canals - Canales cartesianos hacia el conocimiento de matemáticas." Proyecto Descartes. [online] Available at: <<https://proyectodescartes.org/canals/todos.htm>>. [Accessed 10 December 2022].

Piazuelo, F. (2018). Francesc Piazuelo – Resources – GeoGebra. GeoGebra. [online] Available at: <<https://www.geogebra.org/u/elcesc>>. [Accessed 11 Agost 2022].

Piazuelo, F. (2020). Circumferència i còniques – GeoGebra. GeoGebra. [online] Available at: <<https://www.geogebra.org/m/n9VuHxGT>>. [Accessed 11 Agost 2022].

Rillo, J., [online] Aldeaglobal.net. Available at:  
<[http://www.aldeaglobal.net/jrillo/MATES2BAT/moodle/resum\\_geometria\\_a\\_l\\_e\\_spai.pdf](http://www.aldeaglobal.net/jrillo/MATES2BAT/moodle/resum_geometria_a_l_e_spai.pdf)> [Accessed 1 August 2022].

Roffey, Sue. Promoting Social and Emotional Learning With Games: "It's Fun and We Learn Things". September 2009. ResearchGate. [online] Available at:  
<[https://www.researchgate.net/publication/240622059\\_Promoting\\_Social\\_and\\_Emotional\\_Learning\\_With\\_Games\\_It's\\_Fun\\_and\\_We\\_Learn\\_Things](https://www.researchgate.net/publication/240622059_Promoting_Social_and_Emotional_Learning_With_Games_It's_Fun_and_We_Learn_Things)>.  
[Accessed 8 November 2022].

Romo Garrido, G., 2019. GEOMETRIA LINEAL PER AL BATXILLERAT - · PDF FILELA HISTÒRIA DELS VECTORS. [online] fdocuments.mx. Available at:  
<<https://fdocuments.mx/document/geometria-lineal-per-al-batxillerat-la-histria-d-els-vectors-110-recopilatori.html?page=2>> [Accessed 1 August 2022].

Romo Garrido, G., 2022. GEOMETRIA ANALÍTICA - Llibre de text. [online] Toomates.net. Available at:  
<<http://www.toomates.net/biblioteca/GeometriaAnalitica.pdf>> [Accessed 1 August 2022].

Ronda, J., 2014. TEMA 4: GEOMETRIA. [online] 2batcientificlabastida.blogspot.com. Available at:  
<<http://2batcientificlabastida.blogspot.com/2014/10/tema-3-geometria.html>>  
[Accessed 1 August 2022].

Simón, Eugeni Perea. "Un joc de la Guerra Civil espanyola i la batalla de Madrid a Riudoms." *Floc*, Lo 188 (2009): 4-7.

Universitat de Barcelona. "La raó geomètrica (Guia de lectura per a la comprensió i el comentari)." *La racionalitat - Descartes - Material de consulta.* [online] Available at:  
<[http://www.ub.edu/histofilosofia/gmayos\\_old/HPFC/web/main/m2/v2\\_1.html](http://www.ub.edu/histofilosofia/gmayos_old/HPFC/web/main/m2/v2_1.html)>.  
[Accessed 10 December 2022].



Va de joc. (2017, April 7). Dominó – Fes Ta Festa – La cultura popular a la ràdio i a internet. Fes Ta Festa. [online] Available at: <<https://festafesta.cat/domino/>> [Accessed 18 August 2022].

Vila, Laura. “La pissarra confinada #2 (rectes i angles - 1ESO).” YouTube, 2020. [online] Available at: <<https://youtu.be/SggWGAYfvc?t=13>>. [Accessed 9 December 2022].

Viquipèdia. (2022, Maig 28). Dòmino. Viquipèdia. [online] Available at: <<https://ca.wikipedia.org/wiki/D%C3%B2mino>> [Accessed 11 August 2022].

## ANNEX I: ELEMENTS DEL PLA I L'ESPAI

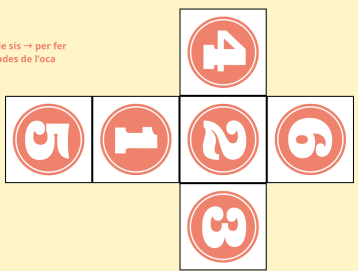
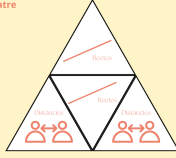
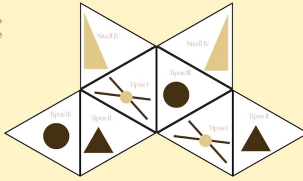
### 1. ACLARIMENTS

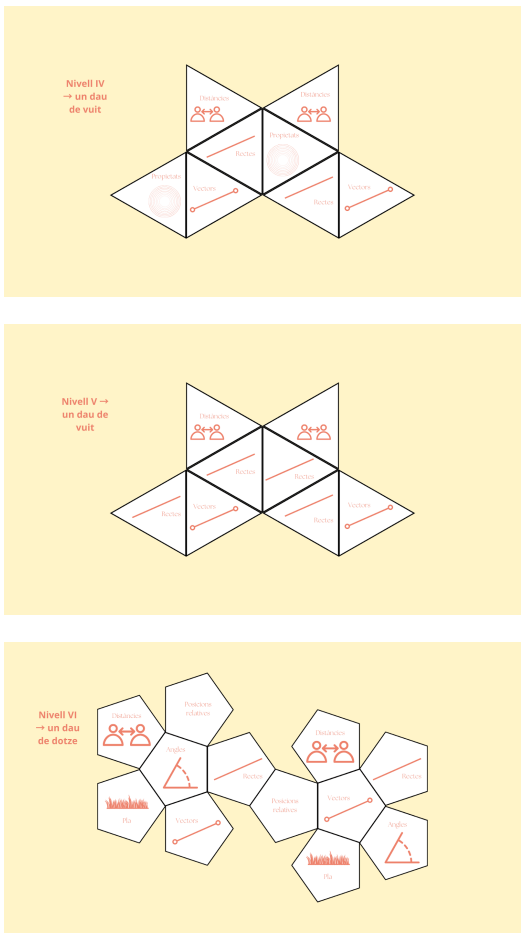
Cal contemplar que en aquest cas només he desenvolupat el material pel nivell I, tot i que deixo constància de com s'han de crear els nivells posteriors.

Cada nivell equival a un curs acadèmic: Nivell I equival a primer d'ESO, el Nivell II a segon d'ESO i així successivament.

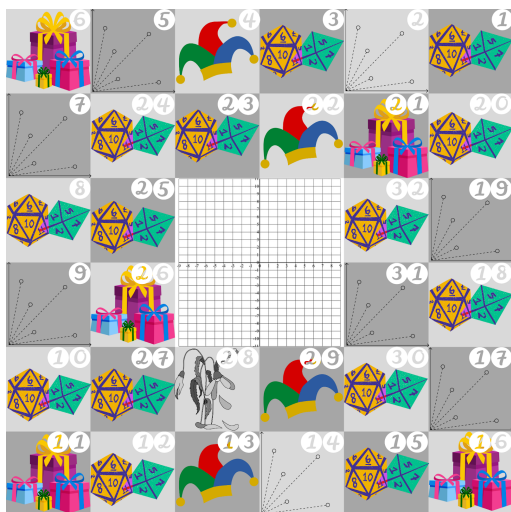
Aquestes informacions donades són subjectes als canvis necessaris per tal que el joc funcioni amb l'alumnat.

### 2. DAUS

Tipus de daus	Disseny dels daus
<p><b>Un dau de sis</b> → per fer les tirades de l'oca</p> <p><b>Nivell I</b> → un dau de quatre</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectes (*2)</li> <li>• Distàncies (*2)</li> </ul> <p><b>Nivell II</b> → un dau de vuit</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Memory tipus I (*2)</li> <li>• Memory tipus II (*2)</li> <li>• Memory tipus III (*2)</li> <li>• Memory tipus IV (*2)</li> </ul> <p><b>Nivell III</b> → no cal dau ja que només hi ha vectors</p> <p><b>Nivell IV</b> → un dau de vuit</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectors (*2)</li> </ul>	 <p>Un dau de sis → per fer les tirades de l'oca</p>  <p>Nivell I → un dau de quatre</p>  <p>Nivell II → un dau de vuit</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectes (*2)</li> <li>• Propietats (*2)</li> <li>• Distàncies (*2)</li> </ul> <p><b>Nivell V</b> → un dau de vuit</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectes (*4)</li> <li>• Vectors (*2)</li> <li>• Distàncies (*2)</li> </ul> <p><b>Nivell VI</b> → un dau de dotze</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectors (*2)</li> <li>• Rectes (*2)</li> <li>• Plans (*2)</li> <li>• Posicions relatives (*2)</li> <li>• Angles (*2)</li> <li>• Distàncies (*2)</li> </ul>	
--	---

### 3. TAULER DE JOC

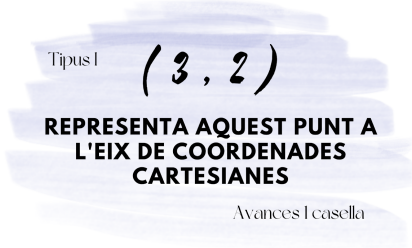
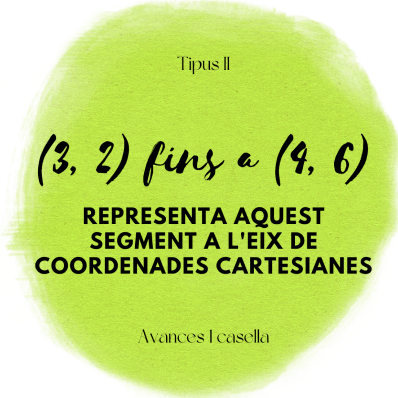


Per cada nivell es pot utilitzar el mateix tauler de joc o bé inventar-ne un altre. En el cas de voler-lo utilitzar en tres dimensions, les coordenades del centre s'haurien de canviar amb les que tenen els eixos corresponents.

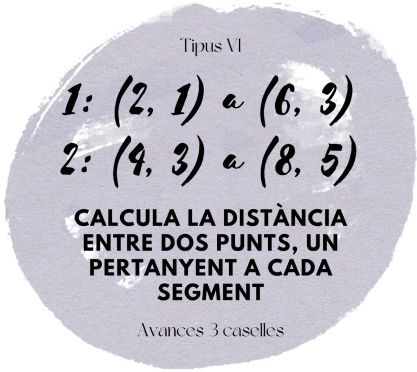
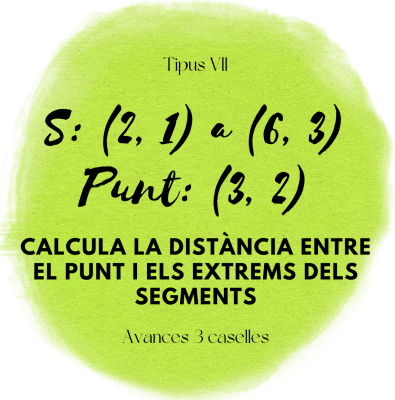
### 3. FITXES

Tipus de carta	Punts que val	Temari	Exemple de carta	Significat de la carta
----------------	---------------	--------	------------------	------------------------

#### Exemple de carta:

 <p>Tipus I</p> <p><b>(3, 2)</b></p> <p><b>REPRESENTA AQUEST PUNT A L'EIX DE COORDENADES CARTESIANES</b></p> <p>Avances 1 casella</p>	<p><b>Tipus I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Punts que val:</b> 1 casella</li> <li>• <b>Tema:</b> punts</li> <li>• <b>Què s'ha de fer:</b> representar el punt al tauler</li> </ul>
 <p>Tipus II</p> <p><b>(3, 2) fins a (4, 6)</b></p> <p><b>REPRESENTA AQUEST SEGMENT A L'EIX DE COORDENADES CARTESIANES</b></p> <p>Avances 1 casella</p>	<p><b>Tipus II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Punts que val:</b> 1 casella</li> <li>• <b>Tema:</b> identificació d'una recta</li> <li>• <b>Què s'ha de fer:</b> representar el segment al tauler</li> </ul>

<p>Tipus III</p> <p>Avances 2 caselles</p> <p>1: (3, 2) fins (4, 6) 2: (2, 1) fins (6, 3)</p> <p><b>REPRESENTA AQUESTS SEGMENTS A L'EIX DE COORDENADES CARTESIANES I INDICA SI ES TOQUEN</b></p>	<p><b>Tipus III</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <b>Punts que val:</b> 2 caselles</li><li>● <b>Tema:</b> posició relativa de dues rectes en el pla a partir de la gràfica</li><li>● <b>Què s'ha de fer:</b> representar els segments al tauler i determinar si es toquen</li></ul>
<p>Tipus IV</p> <p>(3, 2) fins al <math>+\infty</math></p> <p><b>REPRESENTA AQUESTA SEMIRECTA A L'EIX DE COORDENADES CARTESIANES</b></p> <p>Avances 2 caselles</p>	<p><b>Tipus IV</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <b>Punts que val:</b> 2 caselles</li><li>● <b>Tema:</b> semirecta</li><li>● <b>Què s'ha de fer:</b> representar la semirecta al tauler</li></ul>
<p>Tipus V</p> <p><i>Distància de</i> <i>(3, 2) a (6, 4)</i></p> <p><b>CALCULA LA DISTÀNCIA ENTRE AQUESTS DOS PUNTS</b></p> <p>Avances 3 caselles.</p>	<p><b>Tipus V</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <b>Punts que val:</b> 3 caselles</li><li>● <b>Tema:</b> distància entre 2 punts</li><li>● <b>Què s'ha de fer:</b> representar i calcular geomètricament la distància entre dos punts</li></ul>

	<p><b>Tipus VI</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Punts que val:</b> 3 caselles</li> <li>• <b>Tema:</b> distància entre 2 punts, un pertanyent a cada segment</li> <li>• <b>Què s'ha de fer:</b> representar i calcular geomètricament la distància entre dos punts pertanyents als segments</li> </ul>
	<p><b>Tipus VII</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Punts que val:</b> 3 caselles</li> <li>• <b>Tema:</b> distància entre el punt i els extrems dels segments</li> <li>• <b>Què s'ha de fer:</b> representar i calcular geomètricament la distància entre el punt i els extrems del segment</li> </ul>

### 3.1. NIVELL I

<p><b>Tipus I</b></p>	<p>1</p>	<p>Punts</p>	<p>(3, 2) <b>Groc:</b> marcar el punt al tauler</p>
<p><b>Tipus II</b></p>	<p>1</p>	<p>Identificació d'una recta</p>	<p>(3, 2) fins (4, 6) <b>Verd:</b> Dibuixar la recta</p>
<p><b>Tipus III</b></p>	<p>3</p>	<p>Posició relativa de dues rectes en el</p>	<p><b>Recta I:</b> (3, 2) fins (4, 6) <b>Turquesa:</b></p>

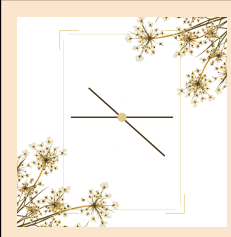
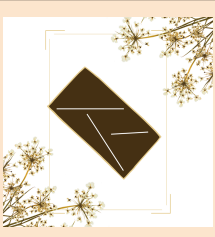
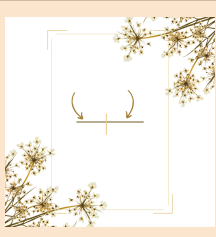
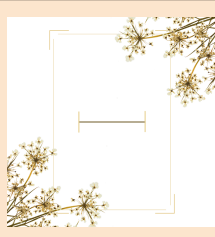
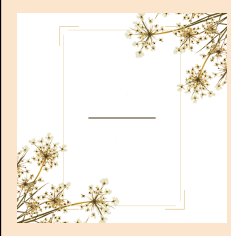


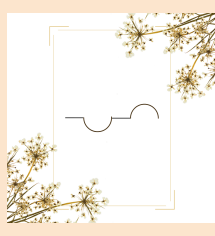








		pla a partir de la gràfica	<b>Recta II: (2, 1) fins (6, 3)</b>	Dibuixar les rectes
<b>Tipus IV</b>	3	Semirecta	<b>(3, 2) fins infinit</b>	<b>Blau clar:</b> Dibuixar les semirectes
<b>Tipus V</b>	3	Segment	<b>(3, 2) fins (4, 6)</b>	<b>Blau fosc:</b> Dibuixar els segments

**Distàncies:**

<b>Tipus I</b>	2	Distàncies (gràficament )	<b>Distància de (3, 2) a (6, 4)</b>	<b>Lila:</b> has de calcular la distància entre els dos punts
			<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a (6,3)) i Recta II (de (4,3) a (8,5))</b>	<b>Rosa:</b> has de calcular la distància entre les dues rectes
			<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a (6,3)) al punt (3, 2)</b>	<b>Taronja:</b> has de calcular la distància entre la recta i el punt
		- Entre punts		
		- Entre rectes		
		- Entre punts i rectes		

### 3.2. NIVELL II<sup>11</sup>









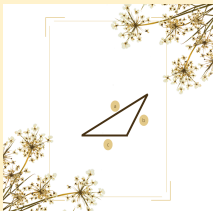
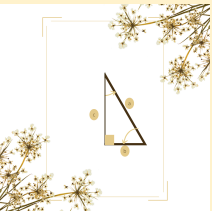


Aquesta part del temari és una part visual. En aquest cas, hi ha diversos nivells, que són nivells de memory amb una puntuació de 3 punts: memory o memorama és un joc on s'aparellen cartes. “*Generalment hi ha una sèrie de cartes amb diverses figures en cadascuna d'elles, les quals estan emparellades, és a dir cada figura està repetida en dues cartes*<sup>12</sup>”.


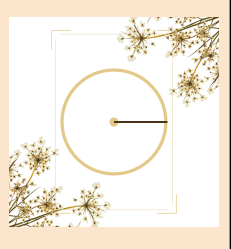
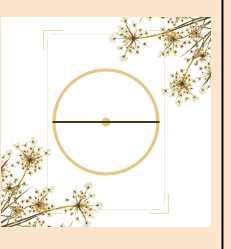
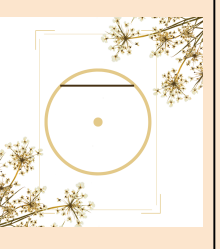


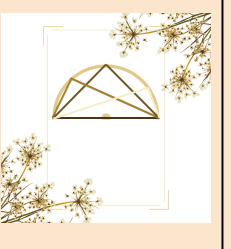
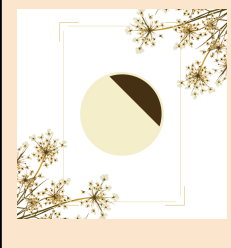
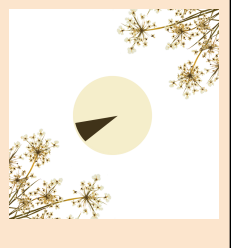


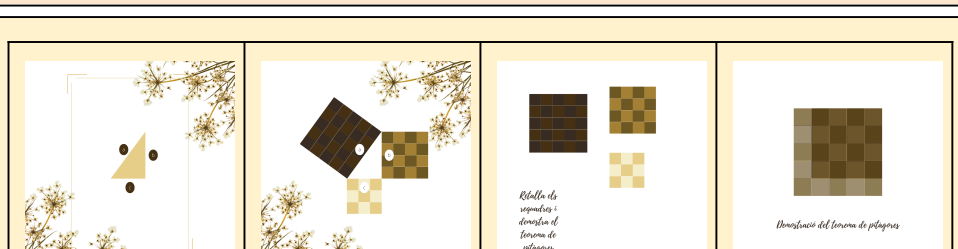
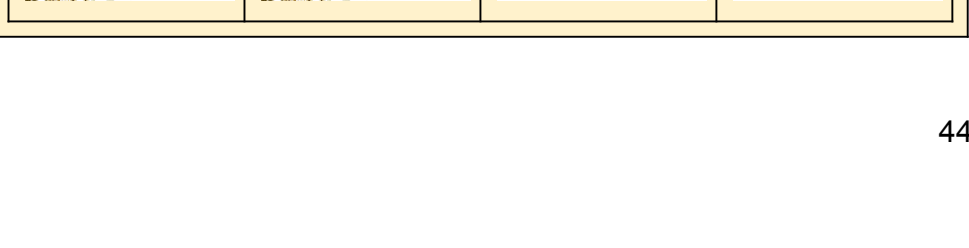

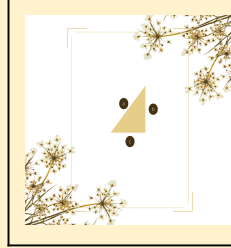
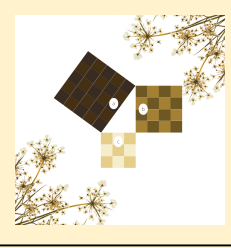
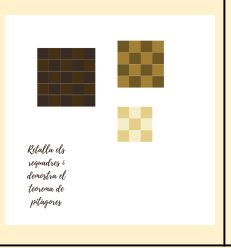
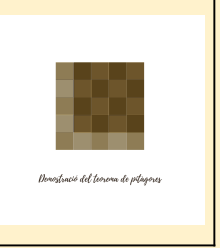
Tipus I				
				
				
				
Tipus				

<sup>11</sup> Bretos, J., 2012. *Proporcionalitat geomètrica 2n eso*. [online] Slideshare.net. Available at: <<https://www.slideshare.net/jbretos/proporcionalitat-geometrica-2n-eso>> [Accessed 30 July 2022].

<sup>12</sup> Ca.wikipedia.org. 2022. *Memorama - Viquipèdia, l'enciclopèdia lliure*. [online] Available at: <<https://ca.wikipedia.org/wiki/Memorama>> [Accessed 5 July 2022].



II				
				
				
	<p>Verteixs</p>	<p>Altura</p>	<p>Costats</p>	<p>Perímetre</p>
	<p>Base</p>	$\alpha + \lambda + \rho = 180^\circ$	<p>Equilàter <math>a = b = c</math></p>	<p>Isòsceles <math>a = b \neq c</math></p>
	<p>Escalé <math>a \neq b \neq c</math></p>	<p>Triangle rectangle</p>	<p>Acutangle (tres angles aguts <math>&lt; 90^\circ</math>)</p>	<p>Obtusangle (un angle obtús <math>&gt; 90^\circ</math>)</p>

Tipus III				
				
			<i>Segment circular</i>	<i>Sector circular</i>
	<i>Circumferència</i>	<i>Radi</i>	<i>Diàmetre</i>	<i>Corda</i>
	<i>Arc</i>	<i>Longitud</i> $L = 2\pi r$	<i>Propietat de la semicircumfer</i>	<i>Cercle</i>
				
				
				
				
				
Tipus IV				
<i>Relació de dependència i demostració del teorema de Pappus</i>				
<i>Demonstració del teorema de Pappus</i>				



### 3.3. NIVELL III

#### Vectors

<b>Tipus I</b>	Coordenades  Punts: 1	<b>(3, 2) fins (4, 6)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Groc:</b> marcar i ajuntar els dos punts
<b>Tipus II</b>	Mòdul  Punts: 1	<b>(3, 2) fins (4, 6)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Verd:</b> calcular la distància entre els dos punts
<b>Tipus III</b>	Moviments al pla  Punts: 3	<b>(3, 2) fins (4, 6) → es mou (2, 1)</b>	Moviment: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Turquesa:</b> mou el vector el vector que indica la carta
<b>Tipus IV</b>	Translacions  Punts: 3	<b>(3,2), (4,6) i (3,5) es mouen (2,1)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau clar:</b> desplaçar la figura el que indica el vector
<b>Tipus</b>	Girs			

<b>s V</b>	<b>Punts: 3</b>	<b>(3, 2) i (4, 6)</b> → <b>giren 45°</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau fosc:</b> moure la figura segons l'angle indicat
<b>Tipus VI</b>	Simetries <b>Punts: 2</b>	<b>(3, 2) és simètric a (6, 4)</b>	Respecte al centre: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Lila:</b> has de calcular el punt mig del segment que uneix els dos punts indicats
		<b>d(P, r) = d(P', r)</b>	Respecte a una recta: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Rosa:</b> has de calcular l'eix de simetria, és a dir, la mediatriu del segment que uneix els dos punts indicats (mediatriu)
<b>Tipus VII</b>	Homotècia i semblança <b>Punts: 2</b>	<b>k *</b> <b>OP</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Taronja:</b> desplaçar el vector el que indiqui k (fer l'homotècia d'una figura)

### 3.4. NIVELL IV

**Fitxes equacions de la recta:** → Totes tenen el valor de **Punts: 2**

\* En el cas de les equacions, recomanable primer ensenyar la demostració de com s'aconsegueixen les diferents equacions

<b>Tipu</b>	General	<b>Punt: (3, 4)</b>	Quan extreus	<b>Blau clar:</b> Ax + By
-------------	---------	---------------------	--------------	---------------------------

<b>s I</b>		<b>Vector dir:</b> <b>(B, -A) (3, 5)</b>	aquesta carta has de fer el que indica el color	+ C = 0
<b>Tipus II</b>	Explícit a	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector dir: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau fosc:</b> y = mx + n

**Vectors:**

<b>Tipus I</b>	Coordenades  <b>Punts: 1</b>	<b>(3, 2) fins (4, 6)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Groc:</b> marcar i ajuntar els dos punts
<b>Tipus II</b>	Mòdul  <b>Punts: 1</b>	<b>(3, 2) fins (4, 6)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Verd:</b> calcular la distància entre els dos punts
<b>Tipus III</b>	Moviments al pla  <b>Punts: 3</b>	<b>(3, 2) fins (4, 6) → es mou (2, 1)</b>	Moviment: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Turquesa:</b> mou el vector el vector que indica la carta
<b>Tipus IV</b>	Translacions  <b>Punts: 3</b>	<b>(3,2), (4,6) i (3,5) es mouen (2,1)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica	<b>Blau clar:</b> desplaçar la figura el que indica el

			el color	vector
<b>Tipus V</b>	Girs  Punts: 3	<b>(3, 2) i (4, 6) → giren 45°</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau fosc:</b> moure la figura segons l'angle indicat amb el transportador d'angles
<b>Tipus VI</b>	Simetries  Punts: 2	<b>(3, 2) és simètric a (6, 4)</b>	Respecte al centre: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Lila:</b> has de calcular el punt mig del segment que uneix els dos punts indicats
		<b><math>d(P, r) = d(P', r)</math></b>	Respecte a una recta: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Rosa:</b> has de calcular l'eix de simetria, és a dir, la mediatriu del segment que uneix els dos punts indicats (mediatriu)
<b>Tipus VII</b>	Homotècia i semblança  Punts: 2	<b><math>k \cdot OP</math></b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Taronja:</b> desplaçar el vector el que indiqui k (fer l'homotècia d'una figura)
<b>Tipus VIII</b>	Operacions  Punts: 2	<b><math>\bar{u} \pm \bar{a}</math> <math>\bar{u} * \bar{a}</math> <math>\bar{u} / \bar{a}</math></b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el	<b>Vermell:</b> realitzar l'operació (+, -, *, /)

			color	
<b>Tipus IX</b>	Producte escalar  <b>Punts: 1</b>	<b><math>\vec{u} \bullet \vec{a}</math></b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Granat:</b> operació algebraica entre dos vectors que resulta en un escalar. $(a_1, a_2) \bullet (b_1, b_2) = (a_1 * b_1) + (a_2 * b_2)$

**Propietats:**

<b>Tipus I</b>	Rectes paral·leles	<b>Recta equació I</b>	<b>I:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	<b>Recta equació II</b>	<b>II:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són paral·leles
<b>Tipus II</b>	Rectes perpendiculars	<b>Recta equació I</b>	<b>I:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	<b>Recta equació II</b>	<b>II:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són perpendiculars
<b>Tipus III</b>	Rectes secants	<b>Recta equació I</b>	<b>I:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	<b>Recta equació II</b>	<b>II:</b> Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són secants

<b>Tipus IV</b>	Rectes coincidents	<b>Recta I: equació I = Recta II: equació II</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són coincidents
<b>Tipus V</b>	Punt pertanyent a la recta	<b>Punt: coordenades</b> <b>Recta: equació</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar la recta i el punt i observar el seu comportament	on el punt forma part de la recta i verifica l'equació
<b>Tipus VI</b>	Punt no pertanyent a la recta	<b>Punt: coordenades</b> <b>Recta: equació</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar la recta i el punt i observar el seu comportament	on el punt no forma part de la recta
<b>Tipus VII</b>	Circumferència	<b>Equació de la circumferència</b>	Quan extreus aquesta carta has de seguir les instruccions de la carta	Dibuixar la circumferència

**Fitxa de la circumferència:**

**Instruccions:**

- Substitueix  $x$  per un número i calcula  $y$ , ves marcant els punts al pla

1. Substitueix  $x$  per un número i calcula  $y$ , ves marcant els punts al pla (marca com a mínim 8 punts)

2. Uneix els punts oposats i on es creuin tots serà el centre. (També el pots trobar fent  $(A, B)$ )

*Instruccions*

DIBUIXA LA CIRCUMFERÈNCIA AQUÍ:

**2**

De  $(3, 2)$   
a  $(6, 4)$

*Circumferència*

$(X - A)^2 + (Y - B)^2 = R^2$

$A = 3$   
 $B = 2$   
Nivells: IV  $R = 5$



(marca com a mínim 8 punts)

2. Uneix els punts oposats i on es tallin tots serà el centre, que també pots trobar fent  $\frac{1}{2}(A+B)$

**Fitxes distàncies:**

<b>Tipus I</b>	2	Distàncies entre punts	<b>Distància de (3, 2) a (6, 4)</b>	<b>Lila:</b> has de calcular la distància entre els dos punts
<b>Tipus II</b>	2	Distàncies entre rectes	<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a (6,3)) i Recta II (de (4,3) a (8,5))</b>	<b>Rosa:</b> has de calcular la distància entre les dues rectes
<b>Tipus III</b>	2	Distàncies entre punts i rectes	<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a (6,3)) al punt (3, 2)</b>	<b>Taronja:</b> has de calcular la distància entre la recta i el punt

**3.5. NIVELL V**

**Fitxes distàncies:**

<b>Tipus I</b>	2	Distàncies entre punts	<b>Distància de (3, 2) a (6, 4)</b>	<b>Lila:</b> has de calcular la distància entre els dos punts
<b>Tipus II</b>	2	Distàncies entre rectes	<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a</b>	<b>Rosa:</b> has de calcular la distància

			(6,3) i Recta II (de (4,3) a (8,5))	entre les dues rectes
<b>Tipus III</b>	2	Distàncies entre punts i rectes	<b>Distància entre Recta I (de (2,1) a (6,3)) al punt (3, 2)</b>	<b>Taronja:</b> has de calcular la distància entre la recta i el punt
<b>Tipus I</b>	2	Angle → Duu el títol d'angle i una petita descripció del que has de fer	1- Agafa dues cartes de recta (recta gràfica + equació) 2- Disposa les rectes al tauler de joc 3- Calcula l'angle amb transportador d'angles	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica a la carta

**Vectors:**

<b>Tipus I</b>	Coordenades  Punts: 1	(3, 2) fins (4, 6)	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Groc:</b> marcar i ajuntar els dos punts
<b>Tipus II</b>	Mòdul  Punts: 1	(3, 2) fins (4, 6)	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Verd:</b> calcular la distància entre els dos punts
<b>Tipus III</b>	Moviments al pla	(3, 2) fins (4, 6) →	Moviment: quan extreus aquesta carta	<b>Turquesa:</b> mou el vector el

	Punts: 3	<b>es mou</b> <b>(2, 1)</b>	has de fer el que indica el color	vector que indica la carta
<b>Tipus IV</b>	Translacions  Punts: 3	<b>(3,2), (4,6) i (3,5) es mouen (2,1)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau clar:</b> desplaçar la figura el que indica el vector
<b>Tipus V</b>	Girs  Punts: 3	<b>(3, 2) i (4, 6) → giren 45°</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau fosc:</b> moure la figura segons l'angle indicat amb el transportador d'angles
<b>Tipus VI</b>	Simetries  Punts: 2	<b>(3, 2) és simètric a (6, 4)</b>  <b><math>d(P, r) = d(P', r)</math></b>	Respecte al centre: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color  Respecte a una recta: quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Lila:</b> has de calcular el punt mig del segment que uneix els dos punts indicats  <b>Rosa:</b> has de calcular l'eix de simetria, és a dir, la mediatriu del segment que uneix els dos punts indicats (mediatriu)
<b>Tipus VII</b>	Homotècia i semblança	<b>k *</b> <b>OP</b>	Quan extreus aquesta carta has	<b>Taronja:</b> desplaçar el vector el que indiqui k

	<b>Punts: 2</b>		de fer el que indica el color	(fer l'homotècia d'una figura)
<b>Tipus VIII</b>	Operacions <b>Punts: 2</b>	$\vec{u} \pm \vec{a}$ $\vec{u} * \vec{a}$ $\vec{u} / \vec{a}$	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Vermell:</b> realitzar l'operació (+, -, *, /)
<b>Tipus IX</b>	Producte escalar <b>Punts: 1</b>	$\vec{u} \bullet \vec{a}$	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Granat:</b> operació algebraica entre dos vectors que resulta en un escalar. $(a_1, a_2) \bullet (b_1, b_2) = (a_1 * b_1) + (a_2 * b_2)$

**Rectes:**

**Paral·leles i perpendiculars:**

<b>Tipus I</b>	Rectes paral·leles	<b>Recta I: equació I</b> <b>Recta II: equació II</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són paral·leles
<b>Tipus II</b>	Rectes perpendiculars	<b>Recta I: equació I</b> <b>Recta II: equació II</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són perpendiculars

**Equacions:**

\* En el cas de les equacions, recomanable primer ensenyar la demostració de com s'aconsegueixen les diferents equacions.

<b>Tipus I</b>	Vectorial	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>t</b> <b>Vector: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has d'escriure la recta	<b>Groc:</b> $(x, y) = (p1, p2) + t * (v1, v2)$ <i>t pertany als reals</i>
<b>Tipus II</b>	Paramètriques	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>t</b> <b>Vector: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Verd:</b> $(x, y) = (p1, p2) + t * (v1, v2) \rightarrow$ agrupant x en una equació i y en una altra equació <i>t pertany als reals</i>
<b>Tipus III</b>	Contínua	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Turquesa:</b> $(x - p1)/v1 = (y - p2)/v2$
<b>Tipus IV</b>	General	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector dir: (B, -A)</b> <b>(3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau clar:</b> $Ax + By + C = 0$
<b>Tipus V</b>	Explícita	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector dir: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Blau fosc:</b> $y = mx + n$

<b>Tipus IV</b>	Punt - pendent	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector dir: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Lila:</b> $y = m(x - p1) + p2$
<b>Tipus V</b>	Recta que passa per dos punts	<b>A= (3, 5)</b> <b>B = (6, 7)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Rosa:</b> vector director i equació (a escollir)
<b>Tipus VII</b>	Canònica	<b>Punt: (3, 4)</b> <b>Vector dir: (3, 5)</b>	Quan extreus aquesta carta has de fer el que indica el color	<b>Taronja:</b> $x/p + y/q = 1$ $p = (0, y1), q = (x1, 0)$

### 3.6. NIVELL VI<sup>13</sup>

#### Geometria afí:

Equacions d'una recta				
<b>Tipus I</b>	Vectorial	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Groc:</b>	$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda(v_1, v_2, v_3)$
<b>Tipus II</b>	Paramètriques	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Verd:</b>	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda \cdot v_1 \\ y = y_0 + \lambda \cdot v_2 \\ z = z_0 + \lambda \cdot v_3 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

<sup>13</sup> Giner Francés, F., 2015. *MATEMÀTIQUES 2n BATXILLERAT*. [online] Mestrecasa.gva.es. Available at: [https://mestrecasa.gva.es/c/document\\_library/get\\_file?folderId=500005727603&name=DLFE-700025.pdf](https://mestrecasa.gva.es/c/document_library/get_file?folderId=500005727603&name=DLFE-700025.pdf) [Accessed 1 August 2022].

<b>Tipus III</b>	Contínua	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Turquesa:</b> $\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}$
<b>Tipus IV</b>	General	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Blau clar:</b> $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$
<b>Equacions d'un pla</b>			
<b>Tipus V</b>	Vectorial	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Blau fosc:</b> $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda(u_1, u_2, u_3) + \mu(v_1, v_2, v_3)$
<b>Tipus IV</b>	Paramètriques	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Lila:</b> $\begin{cases} x = x_0 + \lambda \cdot u_1 + \mu \cdot v_1 \\ y = y_0 + \lambda \cdot u_2 + \mu \cdot v_2 \\ z = z_0 + \lambda \cdot u_3 + \mu \cdot v_3 \end{cases} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$
<b>Tipus V</b>	General	<b>Punt: (4, 6, 5)</b> <b>Vector: (3, 2, 4)</b>	<b>Rosa:</b> $\begin{vmatrix} x - x_0 & u_1 & v_1 \\ y - y_0 & u_2 & v_2 \\ z - z_0 & u_3 & v_3 \end{vmatrix} = 0$ arribem a l'equació: $Ax + By + Cz + D = 0$

**Vectors a l'espai (modificar les coordenades)**

<b>Tipus I</b>	1	Coordenades	<b>(3, 2, 4) fins (4, 6, 5)</b> <b>Groc:</b> marcar i ajuntar els dos punts
<b>Tipus II</b>	1	Mòdul	<b>(3, 2, 4) fins (4, 6, 5)</b> <b>Verd:</b> calcular la distància entre els dos punts

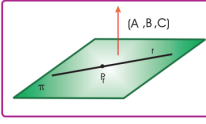
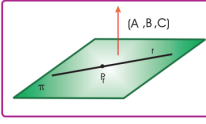
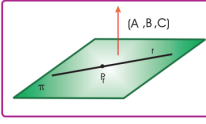
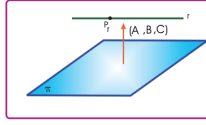
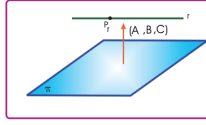
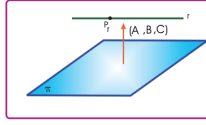
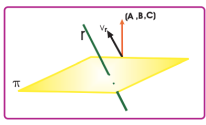
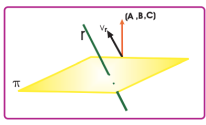
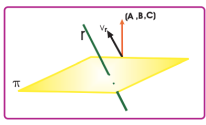
<b>Tipus III</b>	3	Moviments al pla	(3, 2, 4) fins (4, 6, 5) → es mou (2, 1, 3)	<b>Turquesa:</b> mou el vector el vector que indica la carta
<b>Tipus IV</b>	3	Translacions	(3, 2, 4), (4, 6, 5) i (3,5, 2) es mouen (2, 1, 3)	<b>Blau clar:</b> desplaçar la figura el que indica el vector
<b>Tipus V</b>	3	Girs	(3, 2, 4) i (4, 6, 5) → giren 45°	<b>Blau fosc:</b> moure la figura segons l'angle indicat amb transportador d'angles
<b>Tipus VI</b>	2	Simetries	(3, 2, 4) és simètric a (6, 4, 8)	Respecte al centre <b>Lila:</b> has de calcular el punt mig del segment que uneix els dos punts indicats
			$d(P, r) = d(P', r)$	Respecte a una recta <b>Rosa:</b> has de calcular l'eix de simetria, és a dir, la mediatriu del segment que uneix els dos punts indicats (mediatriu)
<b>Tipus VII</b>	2	Homotècia i semblança	$k * OP$	<b>Taronja:</b> desplaçar el vector el que indiqui k (fer l'homotècia d'una figura)
<b>Tipus VIII</b>	2	Operacions	$\bar{u} \pm \bar{a} ; \bar{u} * \bar{a} ; \bar{u} / \bar{a}$	<b>Vermell:</b> realitzar l'operació

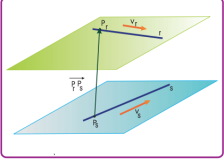


<b>Tipus IX</b>	1	Producte escalar	$\vec{u} \cdot \vec{a}$ <b>Granat:</b> operació algebraica entre dos vectors que resulta en un escalar. $(a_1, a_2, a_3) \cdot (b_1, b_2, b_3) = (a_1 * b_1) + (a_2 * b_2) + (a_3 * b_3)$
<b>Tipus X</b>	1	Producte vectorial	$\vec{u} \wedge \vec{a}$ $\vec{u} = (3, 2, 4)$ $\vec{a} = (4, 6, 5)$ <b>Groc fosc:</b> $\vec{u} \wedge \vec{v} = \left( \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \right)$ $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$
<b>Tipus XI</b>	1	Producte mixt	$\vec{u}, \vec{a}$ i $\vec{e}$ $\vec{u} = (3, 2, 4)$ $\vec{a} = (4, 6, 5)$ $\vec{e} = (2, 1, 3)$ <b>Taronja fosc:</b> $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$


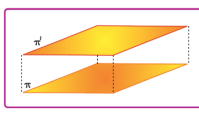
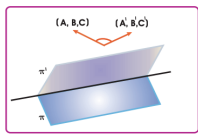
### Posicions relatives

Posició relativa de dues rectes			
<b>Tipus I</b>	Rectes coincidents	<b>Recta I:</b> <b>equació I</b> <b>= Recta II:</b> <b>equació II</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament on les dues rectes són coincidents
<b>Tipus II</b>	Rectes paral·leles	<b>Recta I:</b> <b>equació I</b> <b>Recta II:</b> <b>equació II</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament on les dues rectes són paral·leles

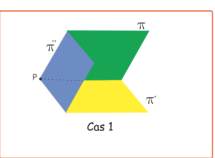
<b>Tipus III</b>	Rectes secants	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0f2f1;"><b>Recta equació I</b></td> <td rowspan="2">                 Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament             </td> <td rowspan="2">                 on les dues rectes són secants             </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0f2f1;"><b>Recta equació II</b></td> </tr> </table>	<b>Recta equació I</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són secants	<b>Recta equació II</b>
<b>Recta equació I</b>	Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament	on les dues rectes són secants				
<b>Recta equació II</b>						
<b>Posició relativa d'una recta i un pla</b>						
Quan extreus aquesta carta has de dibuixar les rectes i observar el seu comportament						
<b>Tipus I</b>	Recta continguda en el pla	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0f2e1;">—</td> <td> <p><u>Primer cas: Recta continguda en el pla:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \in \pi</math></li> </ul>  </td> </tr> </table>	—	<p><u>Primer cas: Recta continguda en el pla:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \in \pi</math></li> </ul> 		
—	<p><u>Primer cas: Recta continguda en el pla:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \in \pi</math></li> </ul> 					
<b>Tipus II</b>	Recta i pla paral·lels	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0f2f1;">—</td> <td> <p><u>Segon cas: Recta i pla paral·lels:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \notin \pi</math></li> </ul>  </td> </tr> </table>	—	<p><u>Segon cas: Recta i pla paral·lels:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \notin \pi</math></li> </ul> 		
—	<p><u>Segon cas: Recta i pla paral·lels:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> són perpendiculars).</li> <li>• <math>P_r \notin \pi</math></li> </ul> 					
<b>Tipus III</b>	Recta i pla secants en un punt	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0f2f1;">—</td> <td> <p><u>Tercer cas: Recta i pla secants en un punt:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r \neq 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> no són perpendiculars).</li> </ul> <p>Per calcular les coordenades del punt de tall es resol el sistema que formen les equacions de la recta i el pla.</p>  </td> </tr> </table>	—	<p><u>Tercer cas: Recta i pla secants en un punt:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r \neq 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> no són perpendiculars).</li> </ul> <p>Per calcular les coordenades del punt de tall es resol el sistema que formen les equacions de la recta i el pla.</p> 		
—	<p><u>Tercer cas: Recta i pla secants en un punt:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{n} \cdot \vec{v}_r \neq 0</math> (<math>\vec{n}</math> i <math>\vec{v}_r</math> no són perpendiculars).</li> </ul> <p>Per calcular les coordenades del punt de tall es resol el sistema que formen les equacions de la recta i el pla.</p> 					
<b>Tipus IV</b>	Rectes que es creuen					

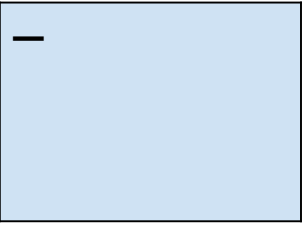
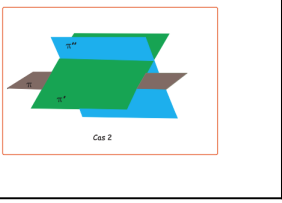

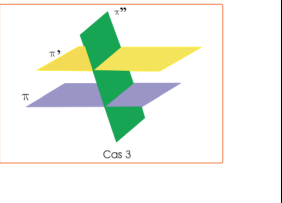

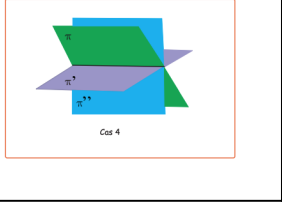

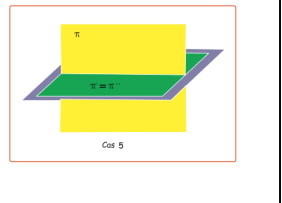
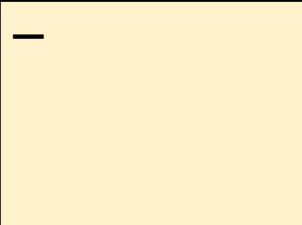
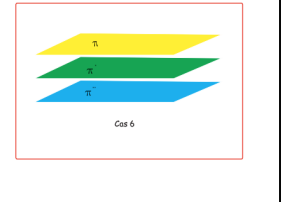
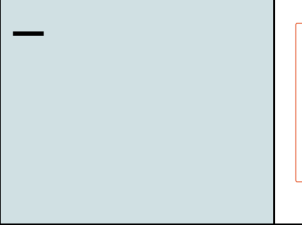
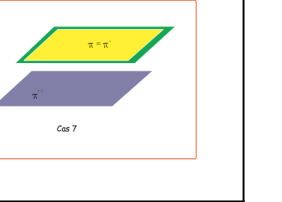
			<p><u>Quart cas: Rectes que es creuen</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{v} \neq \alpha \cdot \vec{v}' \iff \text{Rang}(\vec{v}, \vec{v}') = 2</math> (Distinta direcció).</li> <li><math>\det(\vec{P}, \vec{P}', \vec{v}, \vec{v}') \neq 0 \iff \text{Rang}(\vec{P}, \vec{P}', \vec{v}, \vec{v}') = 3</math> (Els tres vectors són linealment independents perquè són no coplanaris)</li> </ul>  <p>No hi ha cap pla que continga a r i a s, però hi ha dos plans paral·lels, un que conté a la recta r i l'altre a la recta s</p>
--	--	--	--

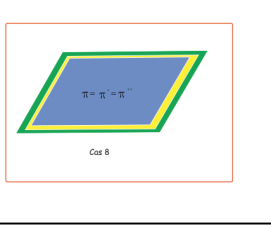
**Posició relativa de dos plans**

<b>Tipus I</b>	Plans coincidents		<p><u>Primer cas: Plans coincidents:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}</math></li> <li>Els plans són coincidents perquè les equacions de <math>\pi</math> i <math>\pi'</math> són iguals.</li> </ul> 
<b>Tipus II</b>	Plans paral·lels		<p><u>Segon cas: Plans paral·lels:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}</math></li> <li>Els plans són paral·lels perquè els seus vectors normals són proporcionals i per tant tenen la mateixa direcció, però no tenen la mateixa equació i no són coincidents.</li> </ul> 
<b>Tipus III</b>	Plans secants en una recta		<p><u>Tercer cas: Plans secants en una recta:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \text{ ó } \frac{A}{A'} \neq \frac{C}{C'}</math></li> <li>Els plans són secants perquè els seus vectors normals no són proporcionals i per tant no tenen la mateixa direcció.</li> </ul> 

**Posició relativa de tres plans**

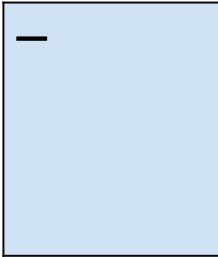



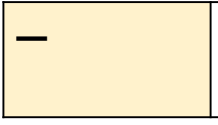
<b>Tipus I</b>	Cas 1: Tres plans secants en un punt		 <p>Cas 1</p>
<b>Tipus II</b>	Cas 2: Tres plans secants dos a dos en		

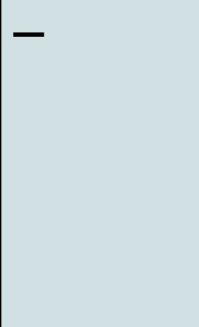
	tres rectes paral·leles		
<b>Tipus III</b>	Cas 3: Dos plans paral·lels tallats per un tercer		
<b>Tipus IV</b>	Cas 4: Tres plans distints secants en una mateixa recta		
<b>Tipus V</b>	Cas 5: Dos plans coincidents i un altre secant		
<b>Tipus VI</b>	Cas 6: Tres plans paral·lels i distints		
<b>Tipus VII</b>	Cas 7: Dos plans coincidents i un altre paral·lel		

<b>Tipus VIII</b>	Cas 8: Tres plans coincidents	
-------------------	-------------------------------	---

**Geometria mètrica: angles**

<b>Angles</b>				
<b>Tipus I</b>	Angle entre dues rectes	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="531 757 774 1048"> <b>Recta equació I</b>   <b>Recta equació II</b> </td> <td data-bbox="774 757 1339 1048">                     Si <math>\vec{v}_1</math> i <math>\vec{v}_2</math> són els vectors directors de les rectes, es compleix :  <math display="block">\angle(r,s) = \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \quad \text{o} \quad \angle(r,s) = 180^\circ - \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2)</math>                     Per tant: <math display="block">\cos(\angle(r,s)) =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{v}_2 }</math> <u>Condicció de perpendicularitat:</u> <math display="block">r \perp s \iff \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0</math> </td> </tr> </table>	<b>Recta equació I</b>  <b>Recta equació II</b>	Si $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ són els vectors directors de les rectes, es compleix : $\angle(r,s) = \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \quad \text{o} \quad \angle(r,s) = 180^\circ - \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ Per tant: $\cos(\angle(r,s)) =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{v}_2 }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $r \perp s \iff \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$
<b>Recta equació I</b>  <b>Recta equació II</b>	Si $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ són els vectors directors de les rectes, es compleix : $\angle(r,s) = \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \quad \text{o} \quad \angle(r,s) = 180^\circ - \angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ Per tant: $\cos(\angle(r,s)) =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{v}_2))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{v}_2 }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $r \perp s \iff \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$			
<b>Tipus II</b>	Angle entre recta i pla	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="531 1048 774 1339"> <b>Recta equació I</b>   <b>Pla equació II</b> </td> <td data-bbox="774 1048 1339 1339">                     Per tant: <math display="block">\sin \angle(r,\pi) = \sin \alpha =  \cos \beta  =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{n}))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{n} }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{n} }</math> <u>Condicció de perpendicularitat:</u> <math display="block">r \perp \pi \iff \vec{v}_1 \parallel \vec{n} \iff \frac{v_1}{A} = \frac{v_2}{B} = \frac{v_3}{C}</math> <u>Condicció de paral·lelisme o coincidència:</u> <math display="block">r \parallel \pi \text{ o } r \subset \pi \iff \vec{v}_1 \perp \vec{n} \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{n} = 0</math> </td> </tr> </table>	<b>Recta equació I</b>  <b>Pla equació II</b>	Per tant: $\sin \angle(r,\pi) = \sin \alpha =  \cos \beta  =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{n}))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{n} }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{n} }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $r \perp \pi \iff \vec{v}_1 \parallel \vec{n} \iff \frac{v_1}{A} = \frac{v_2}{B} = \frac{v_3}{C}$ <u>Condicció de paral·lelisme o coincidència:</u> $r \parallel \pi \text{ o } r \subset \pi \iff \vec{v}_1 \perp \vec{n} \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{n} = 0$
<b>Recta equació I</b>  <b>Pla equació II</b>	Per tant: $\sin \angle(r,\pi) = \sin \alpha =  \cos \beta  =  \cos(\angle(\vec{v}_1, \vec{n}))  = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{n} }{ \vec{v}_1  \cdot  \vec{n} }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $r \perp \pi \iff \vec{v}_1 \parallel \vec{n} \iff \frac{v_1}{A} = \frac{v_2}{B} = \frac{v_3}{C}$ <u>Condicció de paral·lelisme o coincidència:</u> $r \parallel \pi \text{ o } r \subset \pi \iff \vec{v}_1 \perp \vec{n} \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{n} = 0$			
<b>Tipus III</b>	Angle entre dos plans	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="531 1339 774 1579"> <b>Pla I: equació I</b>   <b>Pla II: equació II</b> </td> <td data-bbox="774 1339 1339 1579">                     Per tant: <math display="block">\cos(\angle(\pi_1, \pi_2)) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 }</math> <u>Condicció de perpendicularitat:</u> <math display="block">\pi_1 \perp \pi_2 \iff \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \iff \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0</math> </td> </tr> </table>	<b>Pla I: equació I</b>  <b>Pla II: equació II</b>	Per tant: $\cos(\angle(\pi_1, \pi_2)) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $\pi_1 \perp \pi_2 \iff \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \iff \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$
<b>Pla I: equació I</b>  <b>Pla II: equació II</b>	Per tant: $\cos(\angle(\pi_1, \pi_2)) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 }$ <u>Condicció de perpendicularitat:</u> $\pi_1 \perp \pi_2 \iff \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \iff \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$			
<b>Distàncies</b>				
<b>Tipus I</b>	Distància entre dos punts	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="531 1657 750 1848">—</td> <td data-bbox="750 1657 1339 1848"> <math display="block">d(P,Q) =  \vec{PQ}  = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}</math> </td> </tr> </table>	—	$d(P,Q) =  \vec{PQ}  = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
—	$d(P,Q) =  \vec{PQ}  = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$			
<b>Tipus II</b>	Distància d'un punt			

	a un pla	 <p>a) <u>Primera forma:</u> Utilitzant la següent fórmula:</p> $d(P, \pi) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ <p>b) <u>Segona forma:</u> Calculant les coordenades del punt Q, projecció ortogonal de P sobre <math>\pi</math> i després <math>d(P, Q)</math>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Calculem l'equació paramètrica de la recta <math>\perp</math> a <math>\pi</math> que passa per P.</li> <li>2) Obtenim la intersecció d'aixa recta amb el pla, calculant així el punt Q projecció ortogonal de P sobre <math>\pi</math>.</li> <li>3) <math>d(P, \pi) = d(P, Q) =  \vec{PQ} </math></li> </ol>
<b>Tipus III</b>	Distància entre dos plans paral·lels	 $d(\pi_1, \pi_2) = d(P, \pi_2) \quad P \in \pi_1$
<b>Tipus IV</b>	Distància entre una recta i un pla paral·lels	 $d(r, \pi) = d(P, \pi) \quad P \in r$
<b>Tipus V</b>	Distància d'un punt a una recta	 <p>Per calcular-la podem fer servir tres procediments:</p> <p>a) <u>Primera forma:</u> Utilitzant la fórmula: <math>d(P, r) = \frac{ \vec{P} \wedge \vec{v} }{ \vec{v} }</math></p> <p>b) <u>Segona forma:</u> Calculant la projecció ortogonal Q del punt P sobre r, utilitzant vectors:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(a) Escrivim les coordenades de Q en paramètriques, ja que <math>Q \in r</math>.</li> <li>(b) Calculem les coordenades de Q, resolent l'equació que resulta de la igualtat: <math>\vec{PQ} \cdot \vec{v} = 0</math>, ja que <math>\vec{PQ} \perp \vec{v}</math>.</li> <li>(c) <math>d(P, r) = d(P, Q) =  \vec{PQ} </math></li> </ol> <p>c) <u>Tercera forma:</u> Calculant la projecció ortogonal Q del punt P sobre r, utilitzant el pla perpendicular:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(a) Calculem l'equació del pla <math>\pi</math> que passa per P i és <math>\perp</math> a r (<math>\vec{n} = \vec{v}</math>).</li> <li>(b) Calculem les coordenades de Q, punt intersecció de la recta r i el pla <math>\pi</math>, resolent el sistema corresponent.</li> <li>(c) <math>d(P, r) = d(P, Q) =  \vec{PQ} </math></li> </ol>
<b>Tipus VI</b>	Distància entre rectes paral·leles	 $d(r, s) = d(P, s) \quad P \in r$
<b>Tipus VII</b>	Distància entre	

	<p>rectes que es creuen</p>		<p>a) <u>Primera forma</u>: Utilitzant la fórmula:</p> $d(r, s) = \frac{ \vec{P}_1 \vec{P}_2 \cdot \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 }{ \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 }$ <p>b) <u>Segona forma</u>: Calculant les coordenades dels punts <math>Q_r \in r</math> i <math>Q_s \in s</math> de manera que <math>\overrightarrow{Q_r Q_s}</math> siga perpendicular a ambdues rectes. La recta definida per aquests dos punts s'anomena perpendicular comú a <math>r</math> i <math>s</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Expressen <math>Q_r \in r</math> i <math>Q_s \in s</math> en paramètriques. El vector <math>\overrightarrow{Q_r Q_s}</math> també en paramètriques.</li> <li>2. Calculem <math>Q_r</math> i <math>Q_s</math> utilitzant la doble condició de perpendicularitat: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\overrightarrow{Q_r Q_s} \cdot \vec{v}_r = 0 \iff \overrightarrow{Q_r Q_s} \cdot \vec{v}_s = 0</math></li> <li>• <math>\overrightarrow{Q_r Q_s} \cdot \vec{v}_s = 0 \iff \overrightarrow{Q_r Q_s} \cdot \vec{v}_r = 0</math></li> </ul> </li> <li>3. <math>d(r, s) = d(Q_r, Q_s) =  \overrightarrow{Q_r Q_s} </math></li> </ol> </div>
--	-------------------------------------	---	--

## ANNEX II: ELS ANGLES

### 1. EXPLICACIÓ DEL JOC

#### 1.1. CARTES I

Es juga de forma similar al joc del dòmino tradicional. Cada jugador agafa set fitxes sense mirar i comença el jugador que s'esculli. A partir dels extrems del joc es poden col·locar fitxes unint les caselles lliures del joc que hi ha a taula amb una casella igual de les fitxes que té cada jugador. En el cas que un jugador no pugui tirar cap de les fitxes, el jugador passa el seu torn al jugador de la seva esquerra. Cada jugador pot jugar només una fitxa per torn.

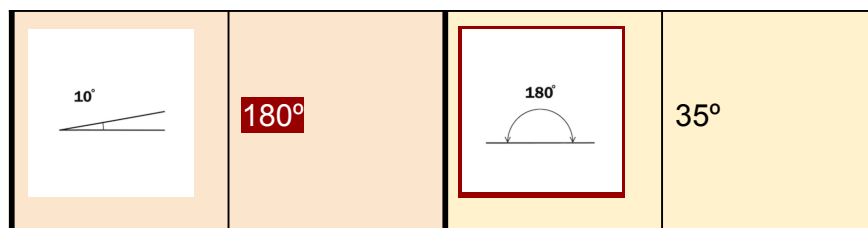
#### 1.2. CARTES II

Aquesta carta s'escull a part (1 cada ronda) i inclou una norma a utilitzar durant aquella ronda.

#### 1.3. CARTES III

Les cartes d'angles s'utilitzen per fer sumes. És a dir, tens aquestes cartes escampades per la taula i, seguint la norma donada per les cartes del tipus II, has de combinar-les per aconseguir el resultat de l'angle que acabes d'encaixar.

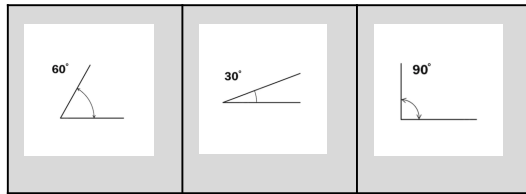
**Veiem-ho amb un exemple:**



Acabem d'encaixar el dibuix de l'angle  $180^\circ$  amb l'angle escrit. Seguidament, segons la carta II que ens hagi tocat, utilitzarem unes cartes III o unes altres.

**Norma:** [Només pots utilitzar 3 cartes d'angle]. Per tant, puc agafar, (cartes III):









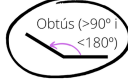

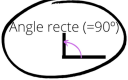













Concepte d'angle				
CONCEPTE	Punt	Vèrtex	Amplada / obertura	Generatriu
CARTES DEL DOMINO				

### Classificació dels angles








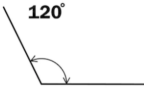

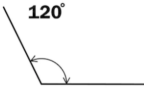

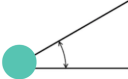

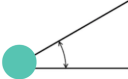

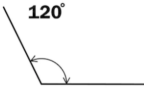

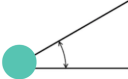
Quan es col·loca el primer tipus de cartes seguidament s'agafa una carta de classificació (n'hi ha de tres tipus, barrejades les unes amb les altres)

<p><b>- Segons el gir de la generatriu</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Angle nul (<math>0^\circ</math>)</li> <li>- Pla (<math>180^\circ</math>)</li> <li>- Complet (<math>360^\circ</math>)</li> </ul>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS EL GIR DE LA GENERATRIU</p>	
<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS EL GIR DE LA GENERATRIU</p>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS EL GIR DE LA GENERATRIU</p>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS EL GIR DE LA GENERATRIU</p>



<p><b>- Segons l'obertura</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Angle agut (<math>&lt;90^\circ</math>)</li> <li>- A. Recte (<math>=90^\circ</math>)</li> <li>- A. Obtús (<math>&gt;90^\circ</math>)</li> </ul> <table border="1" data-bbox="263 526 782 705"> <tr> <td data-bbox="263 526 438 705"> <p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p>  </td> <td data-bbox="438 526 614 705"> <p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p>  </td> <td data-bbox="614 526 782 705"> <p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p>  </td> </tr> </table>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p>   
<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS L'OBERTURA</p> 		
<p><b>- Respecte d'un angle del pla</b></p> <table border="1" data-bbox="263 795 782 1064"> <tr> <td data-bbox="263 795 518 1064"> <p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p>  </td> <td data-bbox="518 795 782 1064"> <p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p>  </td> </tr> </table>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p>  	
<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p> 	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES RESPECTE D'UN ANGLE DEL PLA</p> 			

## 2. EXEMPLE DE CARTES

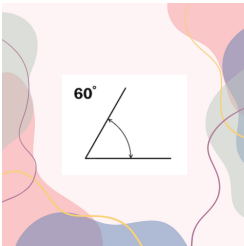
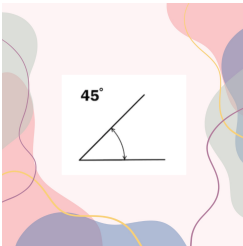
### 1.1. CARTES I

<p>Amb aquestes cartes es jugarà al tradicional joc del dòmino.</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="805 1344 1069 1601"> <p><b>Punt</b></p>  </td> <td data-bbox="1069 1344 1324 1601">  </td> </tr> </table>	<p><b>Punt</b></p> 			
<p><b>Punt</b></p> 					
<table border="1"> <tr> <td data-bbox="263 1646 518 1892">  </td> <td data-bbox="518 1646 782 1892">  </td> </tr> </table>			<table border="1"> <tr> <td data-bbox="805 1646 1069 1892">  </td> <td data-bbox="1069 1646 1324 1892">  </td> </tr> </table>		
					
					

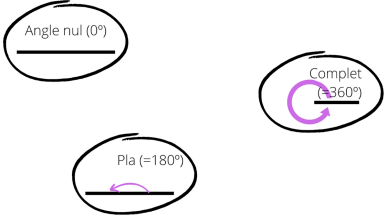
## 1.2. CARTES II

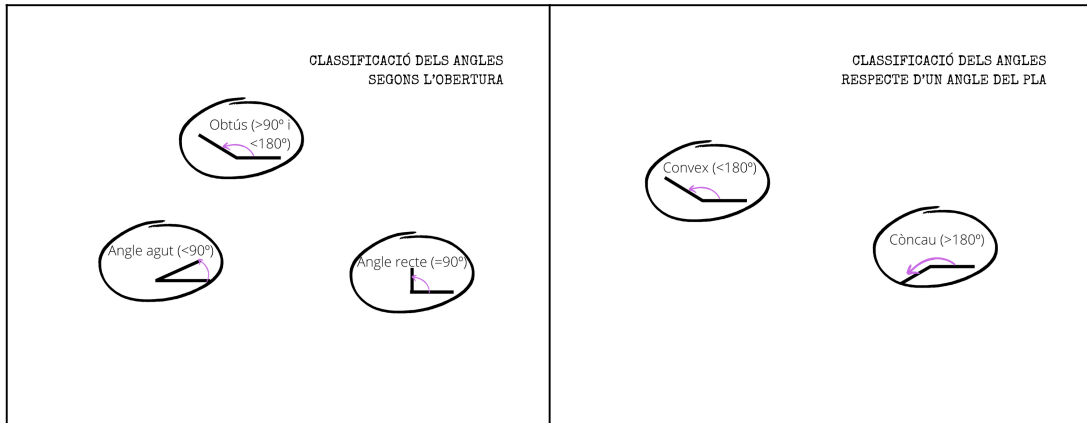
<p>Aquesta carta s'escull a part (1 cada ronda) i inclou una norma a utilitzar durant aquella ronda.</p>	 <p>NORMA Només pots utilitzar 3 cartes d'angle</p>	 <p>NORMA Has d'utilitzar mínim 4 cartes d'angle</p>
--	---	---

## 1.3. CARTES III

<p>Les cartes d'angles s'utilitzen per fer sumes. És a dir, tens aquestes cartes escampades per la taula i, seguint la norma donada per les cartes del tipus II, has de combinar-les per aconseguir el resultat de l'angle que acabes d'encaixar.</p>	 <p>60°</p>	 <p>45°</p>
---	--	---

## 1.4. CARTES CLASSIFICACIÓ

<p>Un cop col·locat el primer tipus de cartes, s'agafa una carta de classificació (n'hi ha de tres tipus, barrejades les unes amb les altres)</p>	<p>CLASSIFICACIÓ DELS ANGLES SEGONS EL GIR DE LA GENERATRIU</p>  <p>Angle nul (0°)</p> <p>Pla (=180°)</p> <p>Complet (=360°)</p>
---	--



## ANNEX III: ELS ANGLES

### 1. LLIBRET D'INSTRUCCIONS



## Material

Ruleta

Tauler de joc

Material per escriure

Cartes de preguntes i de reptes

## Ruleta

Serveix per a determinar quina acció has de fer.

Cada apartat de la ruleta et dona dues opcions:

- Respondre a una pregunta
- Realitzar un repte





The image shows a 'Carta de repte' (Challenge Card) on a purple and white checkered background. The card is titled 'POSICIO 1 REpte JO MAI MAI MATEMATIC' and features a large number '1'. It is decorated with a crescent moon, a star, a heart, and a leafy branch. To the right, the title 'Carta de repte' is written in large, colorful letters. Below the title, the instructions are: 'Has de realitzar un repte que t'indica la carta i et dona una puntuació que has de sumar al teu marcador'. The card also includes a section for 'Títol del repte' and 'Puntuació per avançar'.

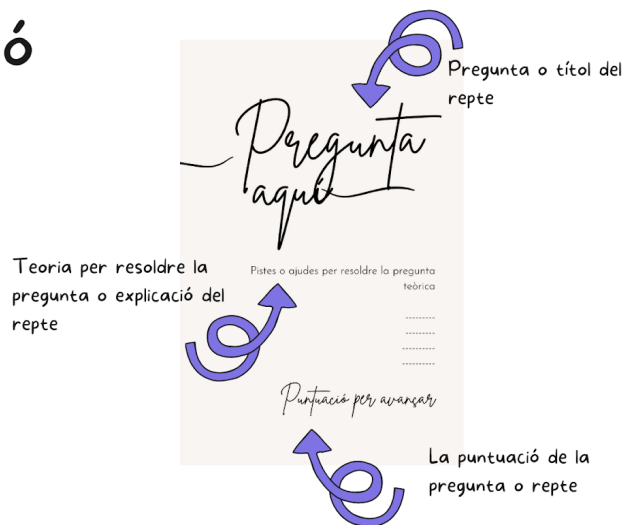


The image shows a 'Carta de pregunta' (Question Card) on a purple background. The card is titled 'POSICIO 1 RESPOSTA JO MAI MAI MATEMATIC' and features a large number '1'. It is decorated with a sun, a smiling egg, and a leafy branch. To the right, the title 'Carta de pregunta' is written in large, pink letters. Below the title, the instructions are: 'Has de respondre a la pregunta que t'indica la carta i et dona una puntuació que has de sumar al teu marcador'. The card also includes a section for 'Pregunta aquí' and 'Puntuació per avançar'.

## Explicació de les cartes



## Explicació de les cartes







## Com funciona?

### Les instruccions bàsiques

1

Distribueixes les persones i giren per ordre la ruleta.

2

Un cop ha girat la ruleta, escull entre pregunta o repte.

Les cartes de pregunta són de teoria o de breu demostració. Si l'encertes obtens una recompensa. Les cartes de repte et fan resoldre un problema. Alguns amb més dificultat, altres amb menys (segons el número de la ruleta). La recompensa que obtens és diferent a les cartes de pregunta.

3

Un cop has resolt el problema. Obres / destapes la solució del problema.

4

La carta et dirà la recompensa si has encertat o què passa si falles.

## ANNEX IV: CÒNIQUES



### NOMS INCLOSOS A LES LLOSES DE TRESOR

Contribuïdors al coneixement que tenim de les còniques:

- Euclides
- Lindemann
- Apol·loni de Perge
- Menecme
- Eratòstenes
- Procle
- Arquites de Tàrent
- Arquimedes


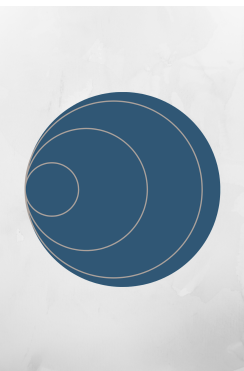



### CARTES

#### LLOSES DE L'ILLA



<p><b>Tipus I:</b> llosa de tresor, té la cònica que li pertany indicada al costat del nom (<i>El temple d'Euclides</i>)</p> <p><b>Tipus II:</b> llosa d'inici, té l'icona de peó i posa l'aventurer que hi ha d'anar (<i>El portal d'onades</i>)</p> <p><b>Tipus III:</b> llosa estàndard (<i>La casa dels llibres</i>)</p>	<p><b>Davant:</b> Llosa no inundada</p> <p><b>Darrere:</b> Llosa inundada, de color blavós</p>	
<p><i>[Paisatges on es veuen representades les còniques a la natura]</i></p> <p><i>Les lloses on es troba el tresor → a la imatge surt només la cònica sense altres elements.</i></p>	 <p>El temple d'Euclides</p>	 <p>El temple d'Euclides</p>



## CARTES DE TRESOR

	<p>Hi ha <b>quatre</b> tipus de cartes de tresor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Carta de tresor bàsica:</b> la que s'utilitza per recuperar un tresor</li> <li>● <b>Ascens en helicòpter:</b> per moure't d'una llosa a una altra sense gastar acció o per fugir de l'illa</li> <li>● <b>Sac de sorra:</b> per apuntalar una llosa inundada</li> <li>● <b>Les aigües pugen:</b> per pujar el nivell de l'indicador d'aigua</li> </ul>		
	<p><b>ASCENS EN HELICÒPTER</b>  <small>CARTA DE REPÛE (TIPUS III)</small>          • SI L'ENCERTES, POTS VOLAR          • SI FALLÉS, NO POTS VOLAR</p>  <p>Pots traslladar un o més peons que estiguin a la mateixa llosa a qualsevol altra llosa sense gastar cap acció</p> <p><b>O Ò</b></p> <p>Rescata el teu equip de la pista d'aterratge per guanyar la partida</p>	<p><b>SAC DE SORRA</b>  <small>CARTA DE REPÛE (TIPUS II)</small>          • SI L'ENCERTES, S'APUNTALA LA LLOSA          • SI FALLÉS, S'INUNDA LA LLOSA</p>  <p>Apuntala una llosa qualsevol de l'illa.</p>	<p><b>LES AIGÜES PUGEN</b></p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apúgeu l'indicador del nivell de l'aigua fins a la següent marca</li> <li>2. Barregeu la pila de descarts d'inundació i poseu-la cap per avall damunt la pila d'inundació.</li> <li>3. Descarteu aquesta carta a la pila de descarts de tresor.</li> </ol>

## CARTES D'INUNDACIÓ

 <p>CARTES D'INUNDACIÓ</p> <p>L'ILLA DE LES CÒNIQUES</p>	 <p>CARTA DE REPTE (TIPUS I)</p> <p>El temple d'Euclides</p>	<p>De <b>cartes d'inundació</b> només n'hi ha d'un tipus. Aquestes fan que les lloses s'inundin.</p> <p>Estan vinculades a les cartes de repte tipus I, si es supera el repte, s'evita que la llosa s'inundi. En cas de fallar el repte, la llosa s'inundarà.</p>
---	---	---





## CARTES D'AVENTURER



**Cartes d'aventurer:** cada aventurer té la seva virtut, s'indica a la carta que s'escull a l'inici de la partida. Cada carta té assignat un peó que serà el que es mou a través de les lloses.

 <p><b>FÍSIC</b></p> <p>Pots moure't una vegada per ronda a qualsevol casella adjacent sense necessitat de resoldre repte i sense completar cap acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>QUÍMIC</b></p> <p>Pots treballar-te a qualsevol casella una vegada per ronda sense necessitat de resoldre repte al cost d'una acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>ARQUITECTE</b></p> <p>Pots apuntalar una vegada per ronda sense necessitat de resoldre repte al cost d'una acció (qualsevol casella).</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>CIENTÍFIC MARÍ</b></p> <p>Pots travessar una vegada per ronda una llosa adjacenta inundada recorrent el cost d'una acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>
 <p><b>FÍSIC</b></p> <p>Pots moure't una vegada per ronda a qualsevol casella adjacent sense necessitat de resoldre repte i sense completar cap acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>QUÍMIC</b></p> <p>Pots treballar-te a qualsevol casella una vegada per ronda sense necessitat de resoldre repte al cost d'una acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>ARQUITECTE</b></p> <p>Pots apuntalar una vegada per ronda sense necessitat de resoldre repte al cost d'una acció (qualsevol casella).</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>	 <p><b>CIENTÍFIC MARÍ</b></p> <p>Pots travessar una vegada per ronda una llosa adjacenta inundada recorrent el cost d'una acció.</p> <p><b>SEQÜÈNCIA DE JOC</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Realitzar fins a tres accions</li> <li>Robar dues cartes de tresor: pots tenir màxim 5 cartes a la mà</li> <li>Robar cartes d'inundació: tantes com el nivell de l'aigua indiqui</li> </ol> <p><b>ACCIONS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Moure: adjacent (no en diagonal)</li> <li>Apuntalar: llosa on ets o adjacent</li> <li>Lliurar una carta de tresor a un altre jugador: si tots dos sou a la mateixa llosa</li> <li>Recuperar un tresor: 4 cartes coincidents (1 del tresor que vols recuperar) i ets a la llosa corresponent</li> </ul>



## CARTES DE REPTE

<p><b>REPTE TIPUS I</b></p>  <p><b>L'ILLA DE LES CÒNIQUES</b></p>	<p><b>REPTE TIPUS I</b></p> 	<p><b>Repte tipus I</b></p> <p>Nivell de dificultat: ★★★</p> <p>Carta vinculada: carta d'inundació</p> <p><b>Quins reptes ens podem trobar?</b></p> <p>→ Problemes de trobar l'excentricitat, focus, eixos... de les còniques a través de les equacions donades.</p> <p>→ Problemes amb les còniques quan el seu eix major és a l'eix y.</p>
<p><b>REPTE TIPUS II</b></p>  <p><b>L'ILLA DE LES CÒNIQUES</b></p>	<p><b>REPTE TIPUS II</b></p> 	<p><b>Repte tipus II</b></p> <p>Nivell de dificultat: ★★</p> <p>Carta vinculada: ascens en helicòpter</p> <p><b>Quins reptes ens podem trobar?</b></p> <p>→ Problemes de dibuixar les còniques a partir de l'equació.</p> <p>→ Problemes de dibuixar les còniques donats els seus elements essencials.</p>

		<p><b>Repte tipus III</b></p> <p>Nivell de dificultat: ★</p> <p>Carta vinculada: sac de sorra</p> <p><b>Quins reptes ens podem trobar?</b></p> <p>→ Problemes de trobar les equacions amb dades donades.</p> <p>→ Problemes de trobar les dades demanades amb les equacions donades.</p>
---	---	--

## INSTRUCCIONS

Per tal de saber com jugar al joc, el vídeo següent ho explica amb el joc original, el nom de les cartes segueix sent el mateix, simplement canvia el disseny i els noms de les lloses.

Devir Cat. "Com es juga a l'Illa Prohibida - Devir." YouTube, 18 September 2015. [online] Available at: <<https://youtu.be/-QldpNSmuGg>>. [Accessed 3 December 2022].



## **ANNEX V: FULLS DE LA PROGRAMACIÓ DIDÀCTICA DE “ELEMENTS DEL PLA I DE L’ESPAI”**

### **1. SESSIÓ 1**

#### **1.1. DOCUMENT A COMPLETAR MIRANT EL VÍDEO**

## **RECTES I ANGLES - 1ESO**

Completa el suro mentres mires el vídeo projectat a classe i  
realitza una petita descripció sobre el concepte.

RECTA



PLANS



SEMIRECTA



SEGMENTS



PUNTS

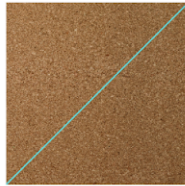


## 1.2. DOCUMENT COMPLETAT

# RECTES I ANGLES - 1ESO

Completa el suro mentre mires el vídeo projectat a classe i realitza una petita descripció sobre el concepte.

RECTA



Tant les rectes com els plans són il·limitats, motiu pel qual només en representem una part.

- Les representarem mitjançant una línia recta.
- Les simbolitzarem amb lletres minúscules:  $r$ ,  $s$ ,  $t$ ...
- Per un punt passen infinites rectes.
- Per dos punts només passa una recta.

Com que per dos punts només pot passar una recta, podem dir que una recta queda determinada per dos punts. Si tres o més punts pertanyen a una mateixa recta, diem que estan alineats.

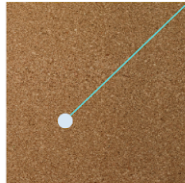
PLANS



- Els elements bàsics de la geometria són el punt, la recta i el pla.
- Les rectes poden ser verticals, horitzontals o obliqües.



SEMIRECTA



- Els representarem mitjançant un paral·lelogram.
  - Els simbolitzarem amb lletres gregues
- Quan tracem una recta en un pla, el dividim en dues parts. Cadascuna d'aquestes parts és un semiplà.



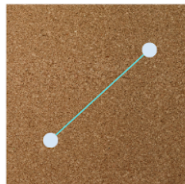
Cadascuna de les dues parts en què el punt  $A$  divideix la recta s'anomena **semirecta**.

El punt  $A$  és l'**origen** de les dues semirectes.

La part de la recta compresa entre els punts  $A$  i  $B$  s'anomena **segment** i el simbolitzarem per  **$AB$** .

Els punts  $A$  i  $B$  són els **extrems** del segment.

SEGMENTS

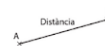


PUNTS



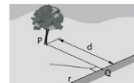
A més, el concepte de segment permet definir la distància entre dos punts:

La **distància** entre dos punts  $A$  i  $B$  és la longitud del segment que els uneix.



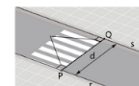
### Distància entre un punt i una recta

La distància  $d$  entre el punt  $P$  i la recta  $r$  és la longitud del segment  $PQ$ , perpendicular a  $r$ .



### Distància entre dues rectes paral·leles

La distància  $d$  entre dues rectes paral·leles  $r$  i  $s$  és la longitud del segment  $PQ$ , perpendicular a  $r$  i  $s$ .



Observa que, en general, per a representar angles rectes fem servir el símbol  $\perp$  en lloc d'un arc.



## **2. SESSIÓ 2**

### **2.1. DOCUMENT A COMPLETAR SOBRE LES POSICIONS RELATIVES**

# **RECTES I ANGLES - 1ESO**

Completa el suro amb les descobertes que anem fent i realitza una petita descripció sobre el concepte.

RECTES SECANS



RECTES PERPENDICULAR



RECTES PARALLELES



RECTES COINCIDENTS



## 2.2. DOCUMENT COMPLET

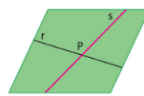
# RECTES I ANGLES - 1ESO

Completa el suro amb les descobertes que anem fent i realitza una petita descripció sobre el concepte.

### RECTES SECANS



#### RECTES SECANTS

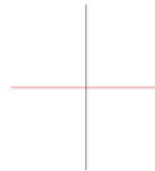


Tenen **un únic punt** en comú.

### RECTES PERPENDICULAR



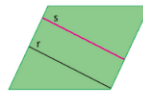
Dues rectes són perpendiculars quan l'encreuament d'aquestes dues divideix el pla en quatre parts iguals



### RECTES PARAL·LELES



#### RECTES PARAL·LELES

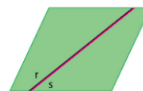


No tenen **cap punt** en comú, encara que les allarguis.

### RECTES COINCIDENTS



#### RECTES COINCIDENTS



Tenen **tots els punts** en comú.

## ANNEX VI: PÀGINES WEB AMB RECURSOS PER A L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES

RECURSOS
Nrich: <a href="https://nrich.maths.org/">https://nrich.maths.org/</a>
Math resources - MIT: <a href="https://blossoms.mit.edu/resources/math_resources">https://blossoms.mit.edu/resources/math_resources</a>
Mathematics teaching resources - Victoria State Government: <a href="https://www.education.vic.gov.au/school/teachers/teachingresources/discipline/maths/Pages/mathematics-teaching-resources.aspx">https://www.education.vic.gov.au/school/teachers/teachingresources/discipline/maths/Pages/mathematics-teaching-resources.aspx</a>
We are teachers: <a href="https://www.weareteachers.com/best-math-websites/">https://www.weareteachers.com/best-math-websites/</a>
Classroom resources - National Council of Teachers of Mathematics: <a href="https://www.nctm.org/classroomresources/">https://www.nctm.org/classroomresources/</a>
Education: <a href="https://www.education.com/resources/math/">https://www.education.com/resources/math/</a>
Underground Mathematics: <a href="https://undergroundmathematics.org/">https://undergroundmathematics.org/</a>
White Rose Maths: <a href="https://whiterosemaths.com/">https://whiterosemaths.com/</a>
Teacher vision - Math Resources for Teachers: <a href="https://www.teachervision.com/subjects/mathematics">https://www.teachervision.com/subjects/mathematics</a>
Stem: <a href="https://www.stem.org.uk/alevel-maths">https://www.stem.org.uk/alevel-maths</a>
Teacher superstore - Mathematics educational resources: <a href="https://www.teachersuperstore.com.au/subject/mathematics/">https://www.teachersuperstore.com.au/subject/mathematics/</a>
Connecticut State - Department of Education: Classroom Resources - Math: <a href="https://portal.ct.gov/SDE/CT-Core-Standards/Materials-for-Teachers/Mathematics/Mathematics-Resources/Classroom-Resources---Math">https://portal.ct.gov/SDE/CT-Core-Standards/Materials-for-Teachers/Mathematics/Mathematics-Resources/Classroom-Resources---Math</a>
Kentucky center for mathematics: <a href="https://www.kentuckymathematics.org/resources.php">https://www.kentuckymathematics.org/resources.php</a>

Math Support: <https://www.mathssupport.org/>

Learning resources - Maths Games: <https://www.learningresources.co.uk/category/numeracy-resources>

Advanced Mathematics Support Program - Teaching and learning resources: <https://amsp.org.uk/teachers/11-16-maths/resources>

Math teacher resources: lesson plans, games & more: <https://www.mathsteaching.org/math-teacher-resources-lesson-plans-games-more/>

A NSW Government Website - Education: Mathematics K-6 resources: <https://education.nsw.gov.au/teaching-and-learning/curriculum/key-learning-areas/mathematics/Early-Stage-1-to-Stage-3/resources>

Modern teaching aids - Mathematics: <https://www.teaching.com.au/catalogue/mta/mta-mathematics>

Cambridge - Maths Resources: <https://www.cambridge.org/gb/education/subject/mathematics>

Ontario Curriculum & Resources - Mathematics (2020): Resources: <https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/curriculum/elementary-mathematics/resources>

Matemáticas IES: <https://matematicasies.com>

Recursos didàctics - Matemàtiques d'ESO i batxillerat: <https://recursosdidactics.wordpress.com/2010/01/07/matematicas-deso-i-batxillerat-blocs/>

Math Play: <http://www.math-play.com/index.html>

Underground Mathematics: <https://undergroundmathematics.org>

Brilliant - Join 10+ million people excelling in math and science : <https://brilliant.org/>